Ein Blick ----- Einblick

Wie wir in „Mathematik für alle“ die Welt der Mathematik sehen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 https://masuv.web.leuphana.de

Ein Weg ist gangbar vorbereitet

Venediger Höhenweg, gebaut vom Alpenverein

Ich bin für Sie der Alpenverein der Mathematik!

Exponentialfunktion

Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ Def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ Def = \mathbb{R}^+$

Basis k >1

Basis k mit 0<k <1

für Basis k <0 ist f nicht definiert

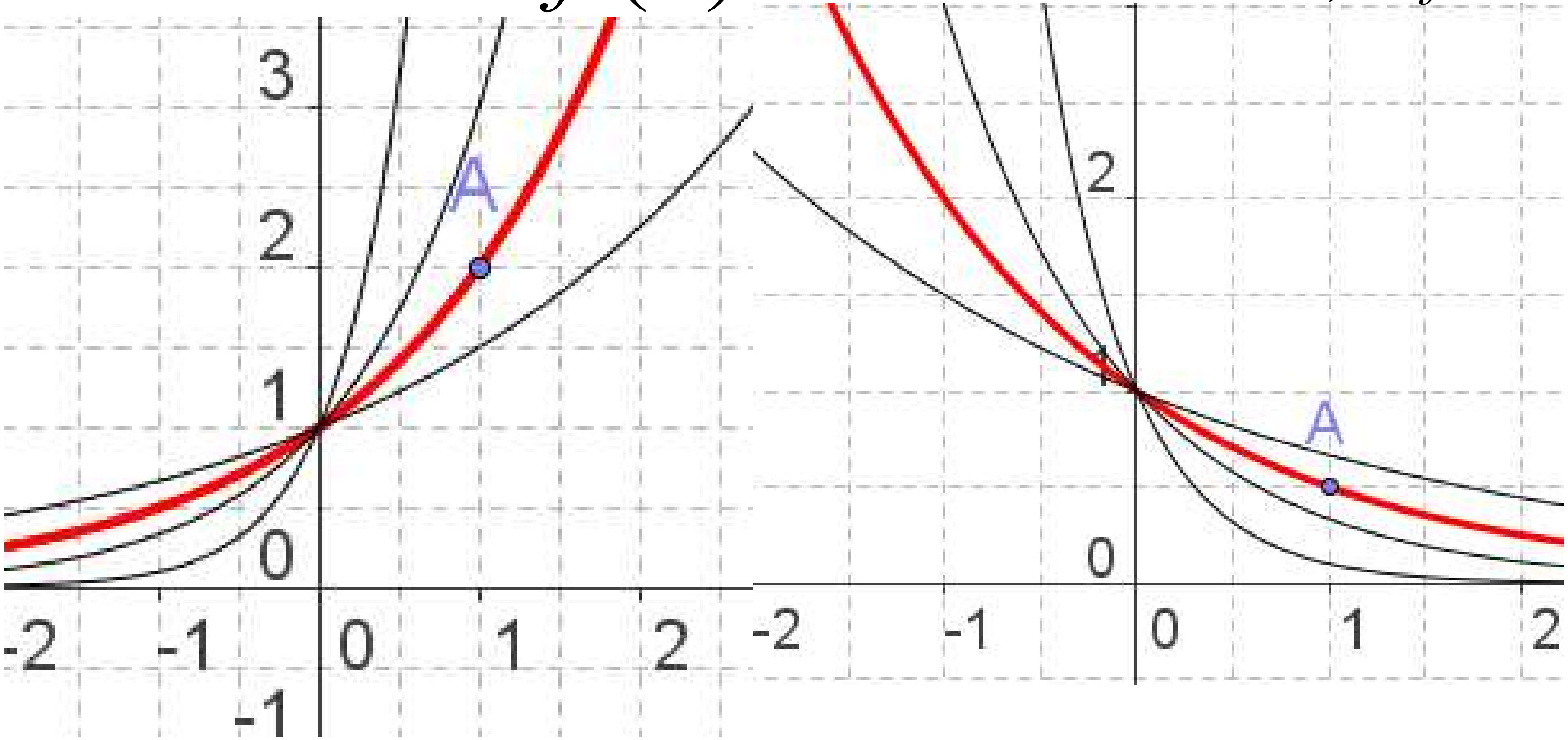
Exponentialfunktion

Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ Def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ Def = \mathbb{R}^+$

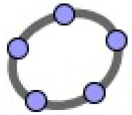


Basis k >1

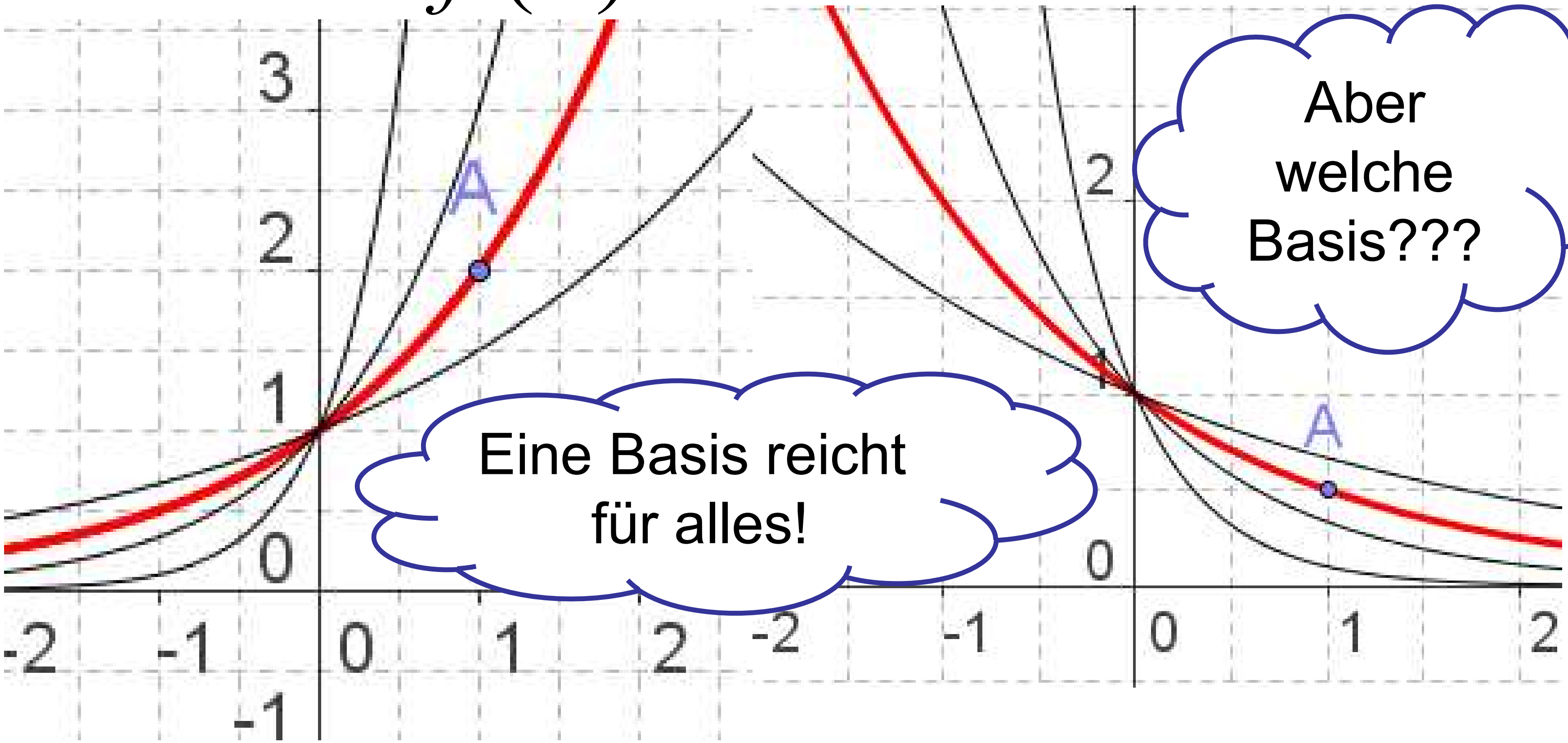
Basis k mit 0<k <1

für Basis k <0 ist f nicht definiert

Exponentialfunktion

Exp-fkt 

$$f(x) = basis^{r \cdot x} \qquad basis > 1$$



$r > 0,\ Asymptote\ \ neg.\ x - Achse \qquad r < 0,\ Asymptote\ \ pos.\ x - Achse$

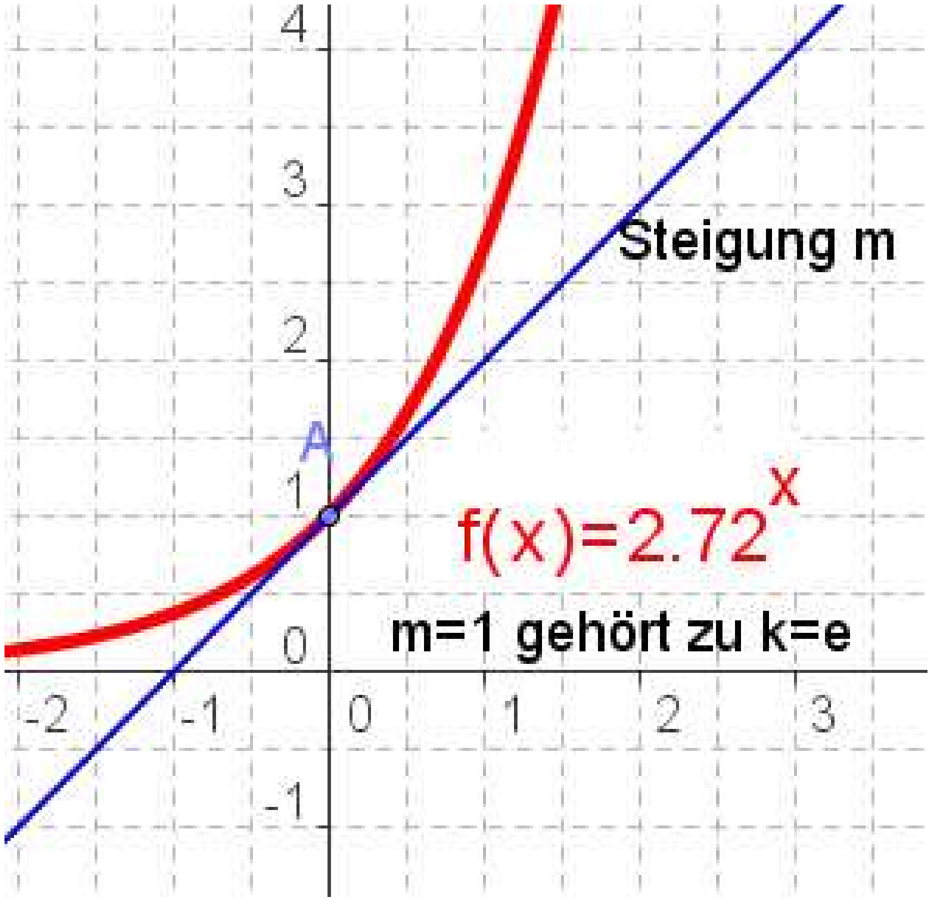
e-Funktion, das halbe Geheimnis

hin

$$f(x) = k^x \qquad f(x) = e^x$$

e-Funktion, das halbe Geheimnis

$$f(x) = k^x$$



die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

$$f(x) = e^x$$

Die Welt der Umkehrfunktionen

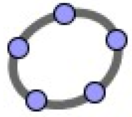
$$y = \sqrt{x} \qquad\qquad y = \ln(x)$$

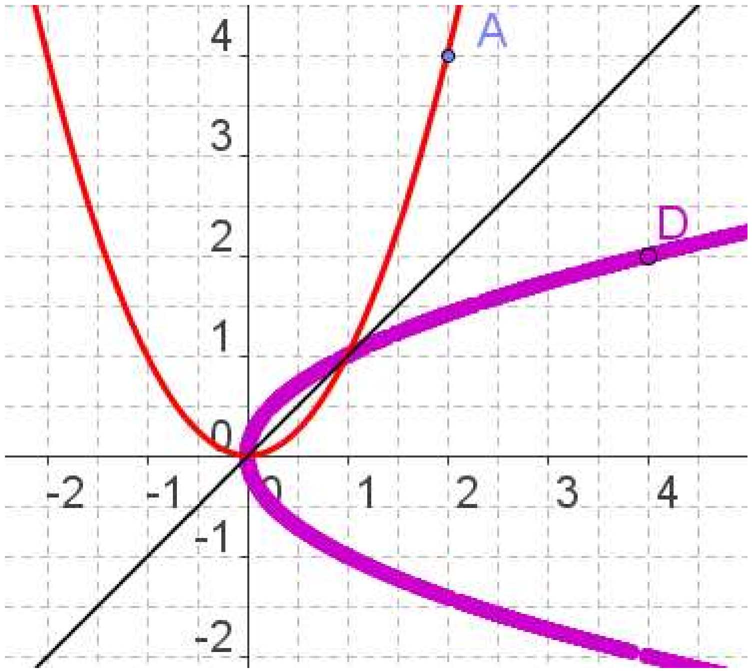
$$y = \arcsin(x)$$

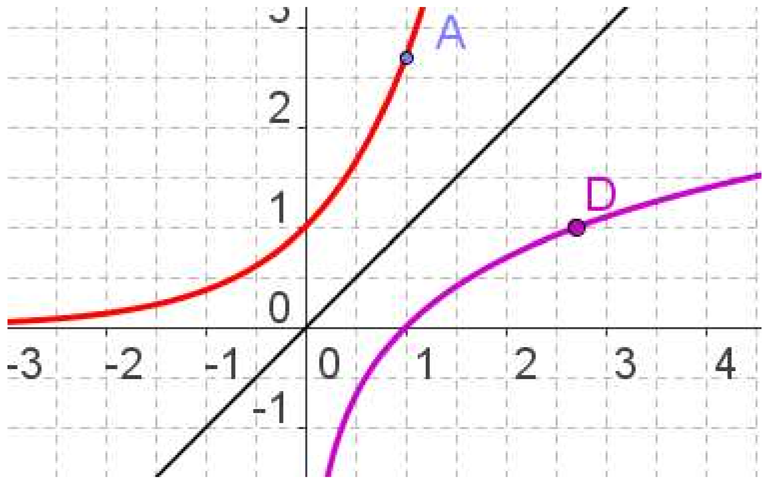
.....

$$y = \sqrt[n]{x} \qquad\qquad y = \log_a(x)$$

Umkehr-Fragen
Umkehr-Funktionen
Umkehr-Relationen







Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

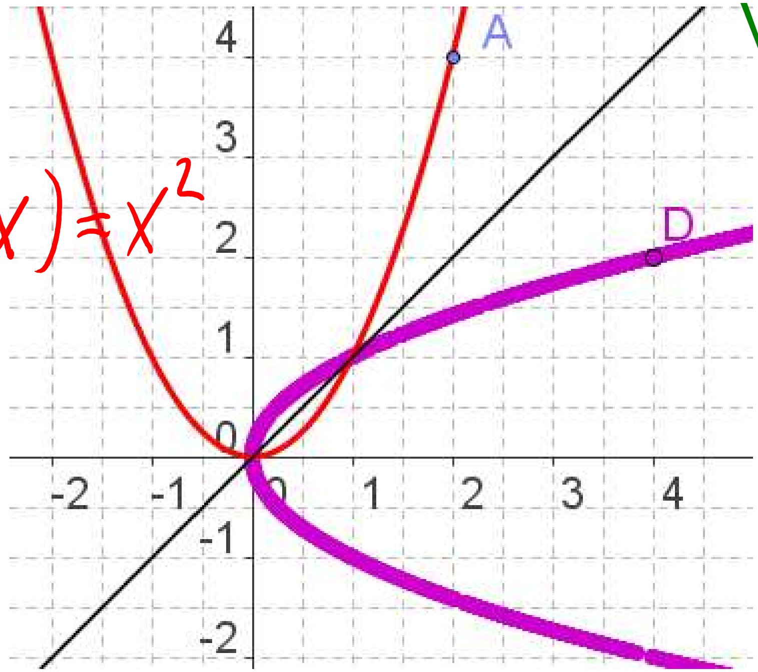
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, $f(+2)=4$ und $f(-2)=4$

$f(x)=x^2$

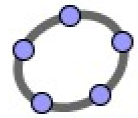


Visualisierung der Umkehrfrage:

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 https://masuv.web.leuphana.de

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?



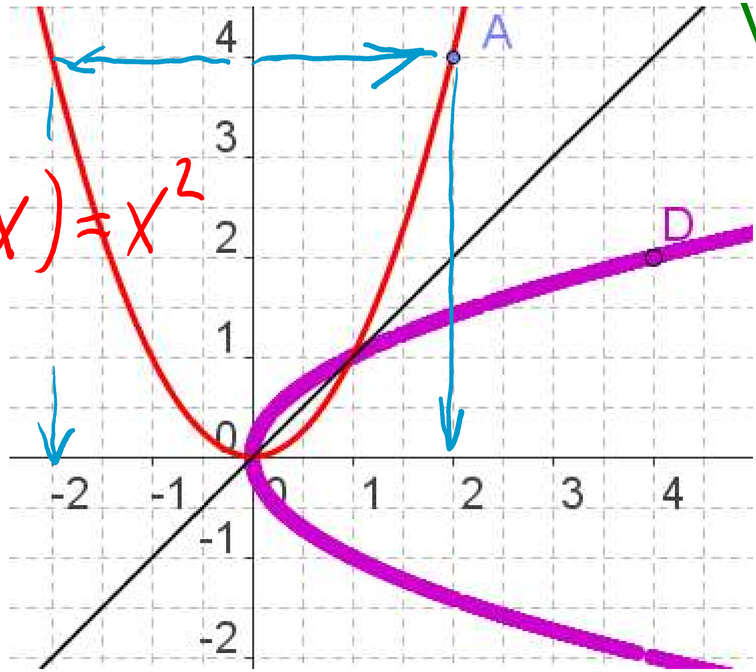
Umkehrfkt

Antwort: 4 ist der Wert, $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, $f(+2)=4$ und $f(-2)=4$

$f(x)=x^2$



Visualisierung der Umkehrfrage:

Gehe von der y-Achse zur
Kurve und dann zur x-Achse

Folie 11

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

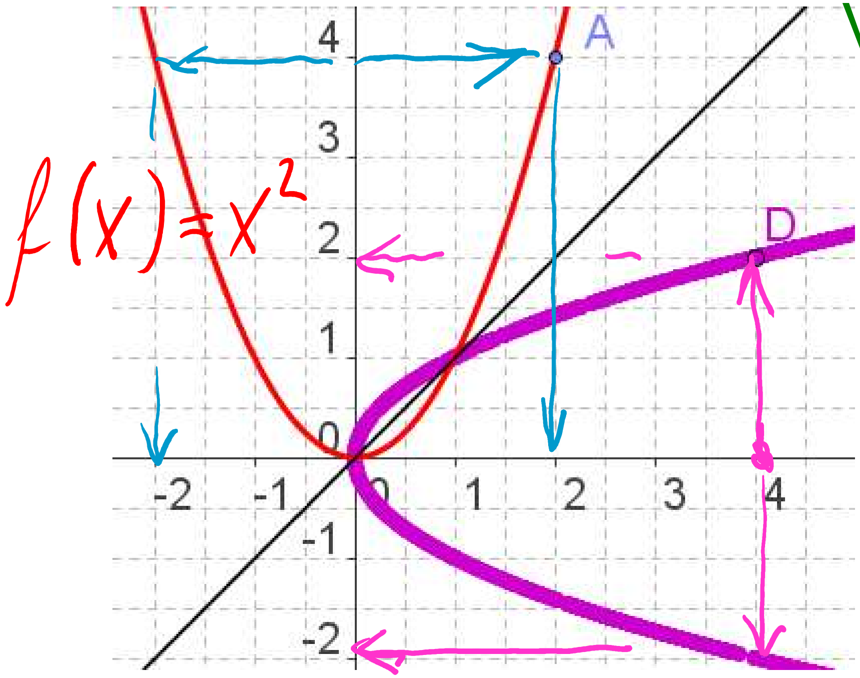
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Umkehrfkt

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Visualisierung der Umkehrfrage:

I Gehe von der y-Achse zur Kurve und dann zur x-Achse

oder

II Gehe von der x-Achse zum Graphen der an der Winkel halbierenden gespiegelten Kurve und dann zur y-Achse. Es ist die Umkehrrelation.

oder

$x=y^2$

Dies ist hier **keine** Funktion. Der Wert ist nicht eindeutig bestimmt.

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

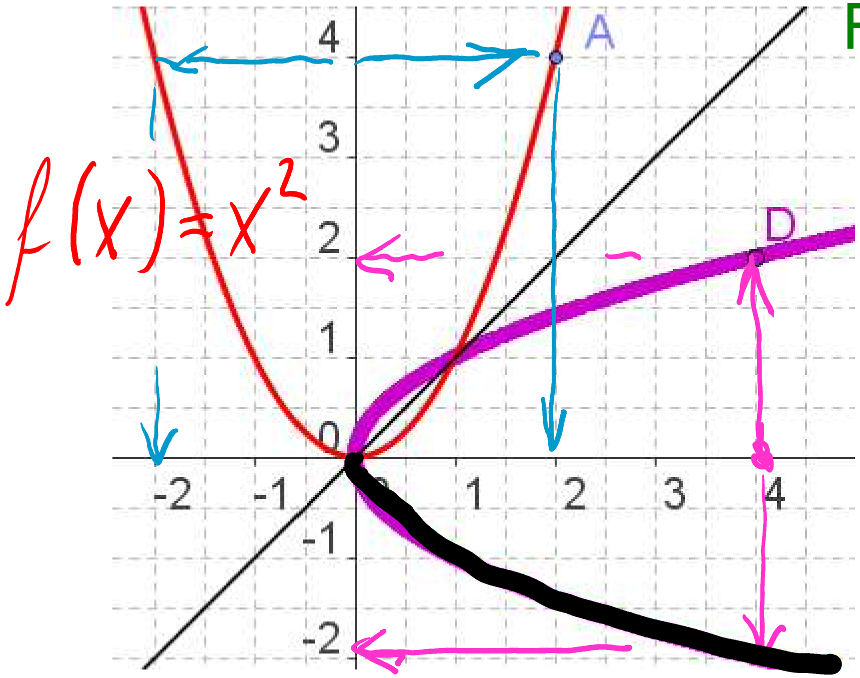
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4

Umkehrfkt

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Formalisierung der Umkehrfrage:

Bilde (hier stückweise) die Umkehrfunktion

$$g(x)=\sqrt{x}$$

$g(4)=\sqrt{4}$
$=2$

$$h(x)=-\sqrt{x}$$

$h(4)=-2$

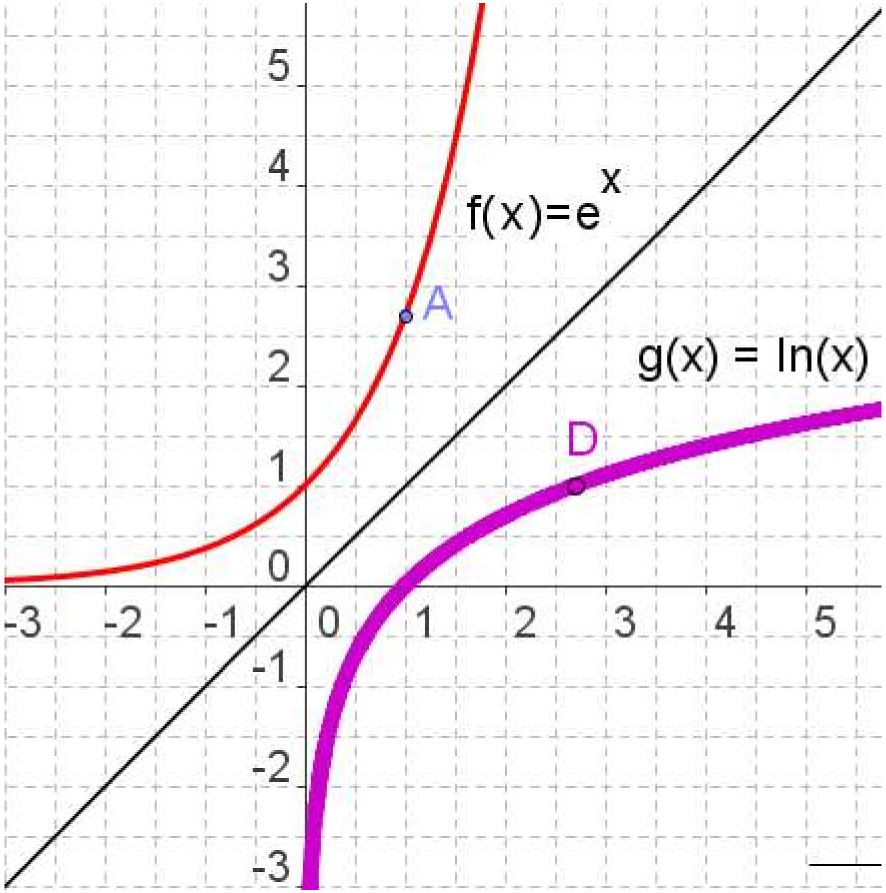
die

Exponentialfunktion

$$f(x) = e^x$$

Umkehrfkt

Eulersche
e-Funktion



der natürliche
Logarithmus

die ln-Funktion

der ln

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 https://masuv.web.leuphana.de

die Exponentialfunktion

$$f(x) = e^x \qquad e^{\ln(x)} = x$$

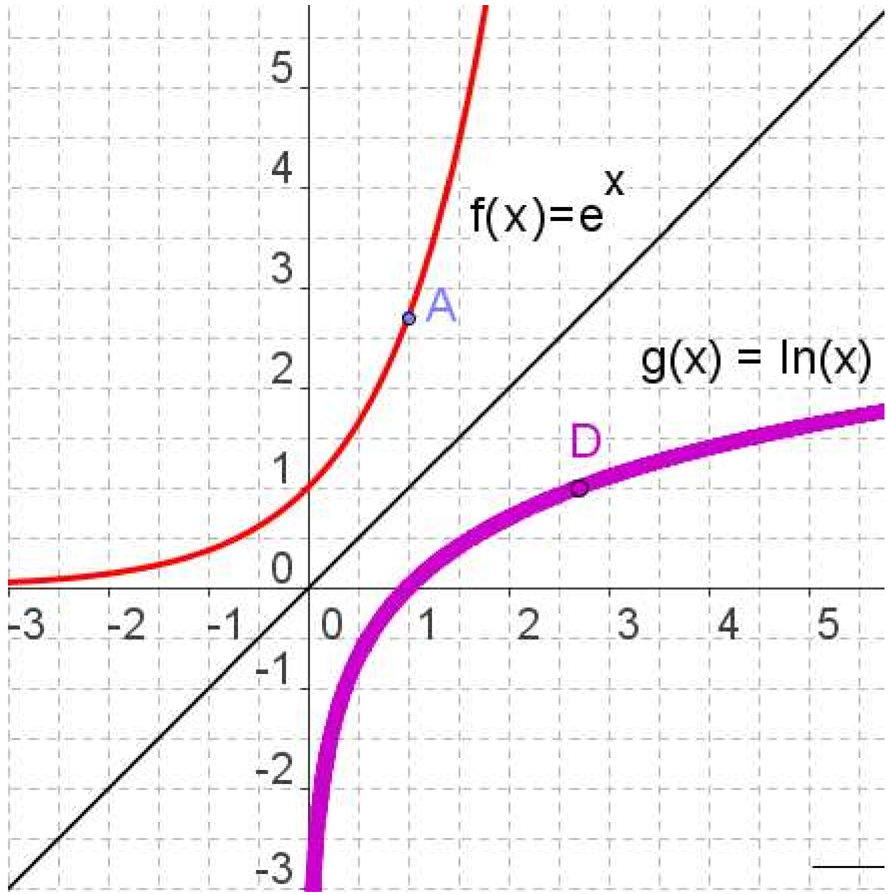
Umkehrfkt

$$\ln(e^x) = x$$

Eulersche e-Funktion

$f(1) = e$

$f(0) = 1$



der natürliche Logarithmus

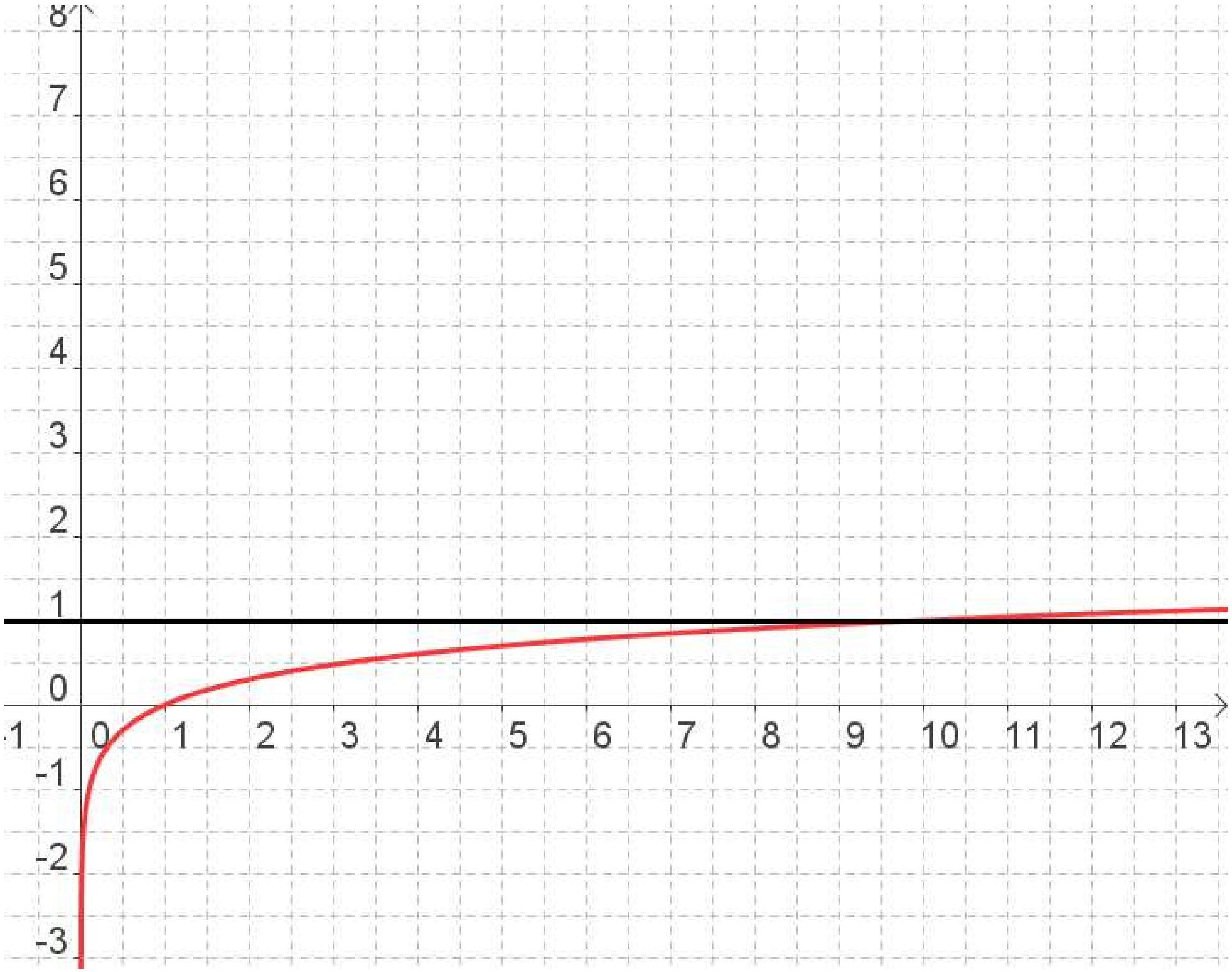
die ln-Funktion

der ln

$\ln(e) = 1$

$\ln(1) = 0$

Wie langsam wächst der Logarithmus?



Umkehrfkt

Funktion frisst Umkehrfunktionen

für $x > 0$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \ln(x)$$

$$y = \arcsin(x)$$

$$y = \sqrt[n]{x}$$

für Hauptwerte

$$y = \log_a(x)$$

Die Welt der Umkehrfunktionen

für $x > 0$

$$y = \sqrt{x} \qquad\qquad y = \ln(x)$$

$\sqrt{x^2} = |x|$

$(\sqrt{x})^2 = x$

$$y = \arcsin(x)$$

$\sin(\arcsin(x)) = x$

$\arcsin(\sin(x)) = x$

für Hauptwerte

$\ln(e^x) = x$

$e^{\ln x} = x$

$$y = \sqrt[n]{x} \qquad\qquad y = \log_a(x)$$

$\sqrt[n]{x^n} = |x|$

$b^x = (e^{\ln b})^x = e^{\ln b \cdot x}$ Basiswechsel

Funktionsgleichung $y = f(x)$

Grundtypen

GeoGebra

Potenzfunktion $f(x) = x^k$ $\quad f^{-1} = g \quad$ **Wurzelfunktion** $g(x) = \sqrt[k]{x}$

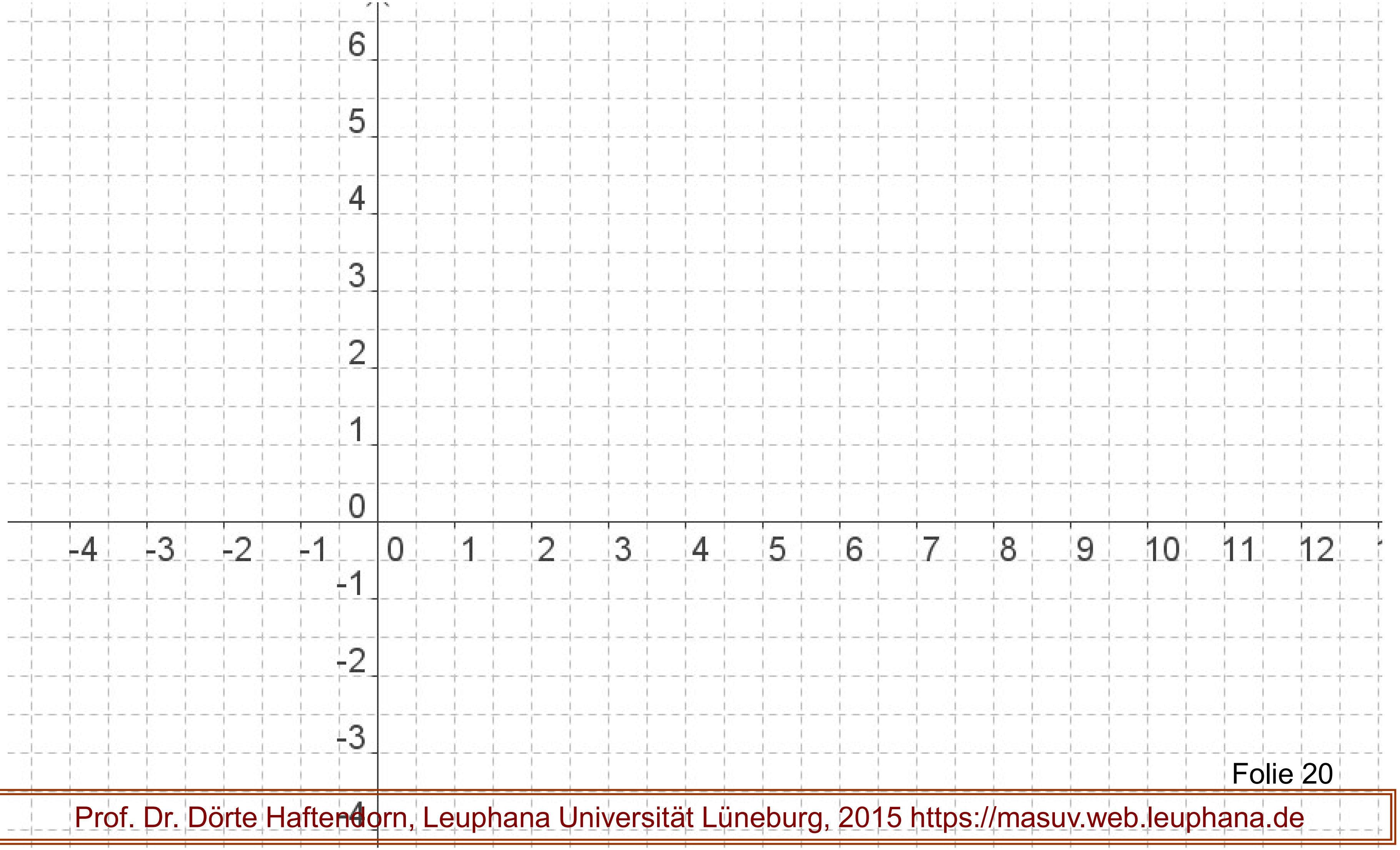
Exponentialfunktion $f(x) = e^x$ $\quad f^{-1} = g \quad$ **Logarithmus** $g(x) = \ln(x)$

Trigonometrische Funktion $f(x) = \sin(x)$ $\quad f^{-1} = g \quad$ **Arcus-Funktion** $g(x) = \arcsin(x) = \text{INV}\sin(x)$

leer

Übung mit Funktionsgraphen

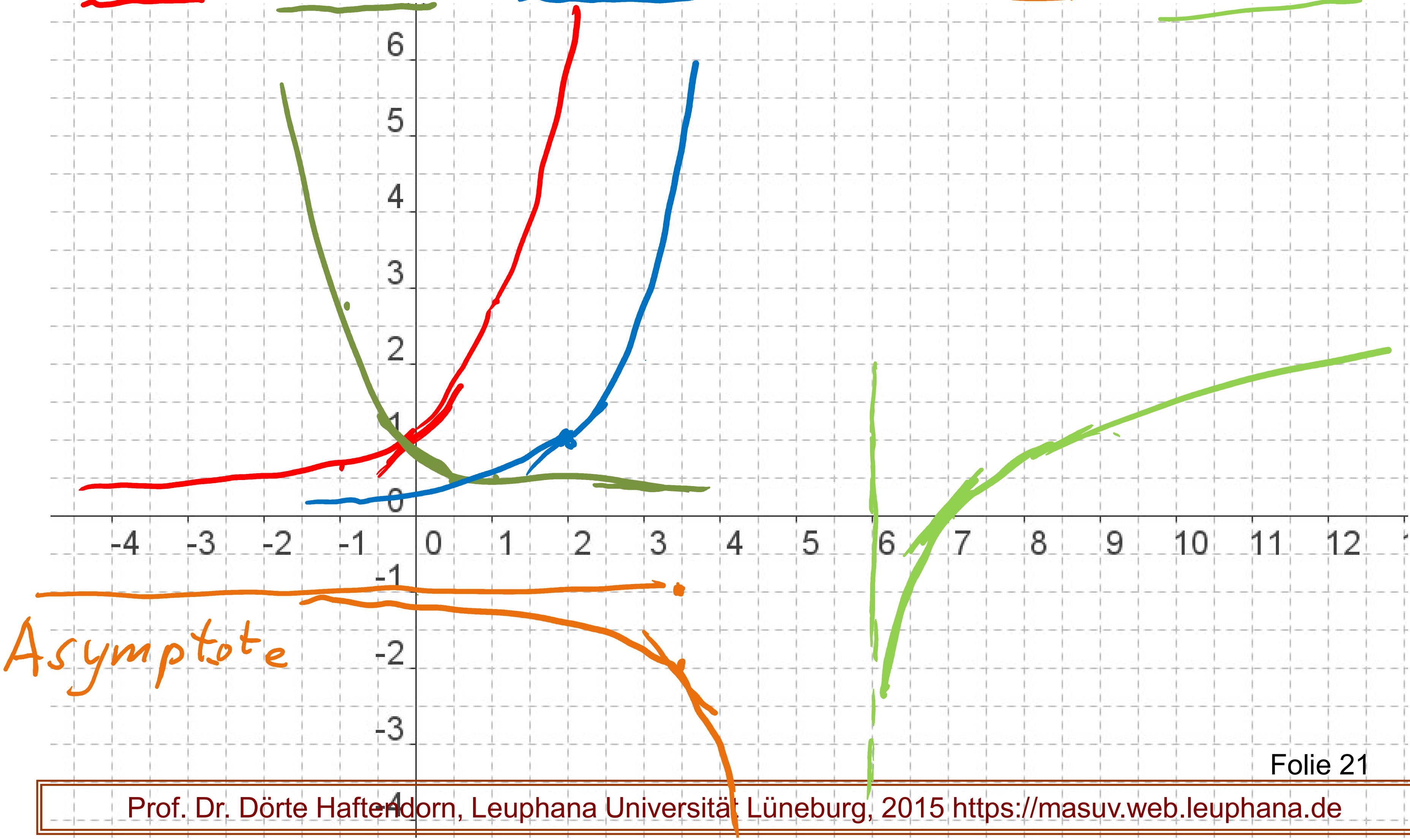
$y = e^{x}$ $\quad y = e^{-x}$ $\quad y = e^{x-2}$ $\quad y = -\,e^{x-3} - 1$ $\quad y = \ln(x-6)$



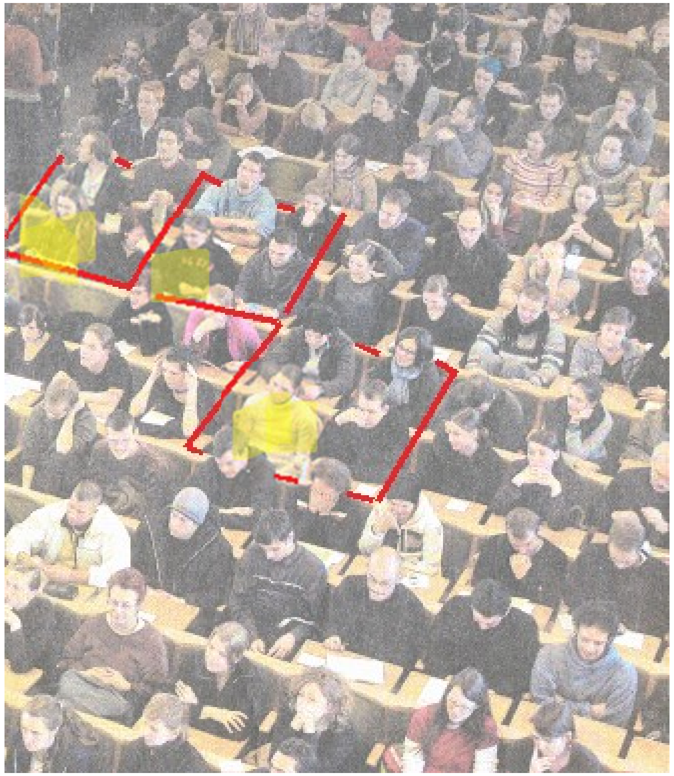
Übung mit Funktionsgraphen

leer

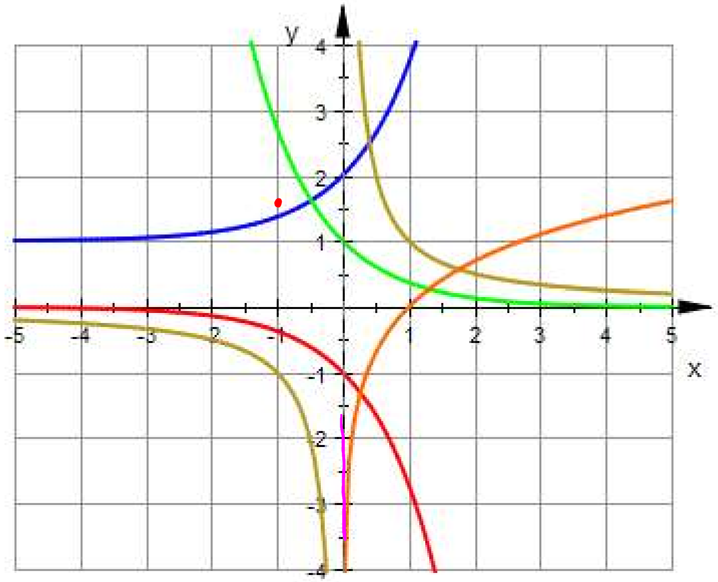
$y = e^{x}$ $y = e^{-x}$ $y = e^{x-2}$ $y = -e^{x-3} - 1$ $y = \ln(x-6)$



Vierer-Übung

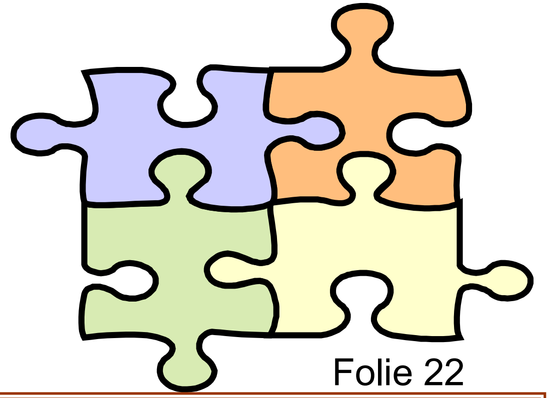


Erklären Sie sich hier die Gleichungen

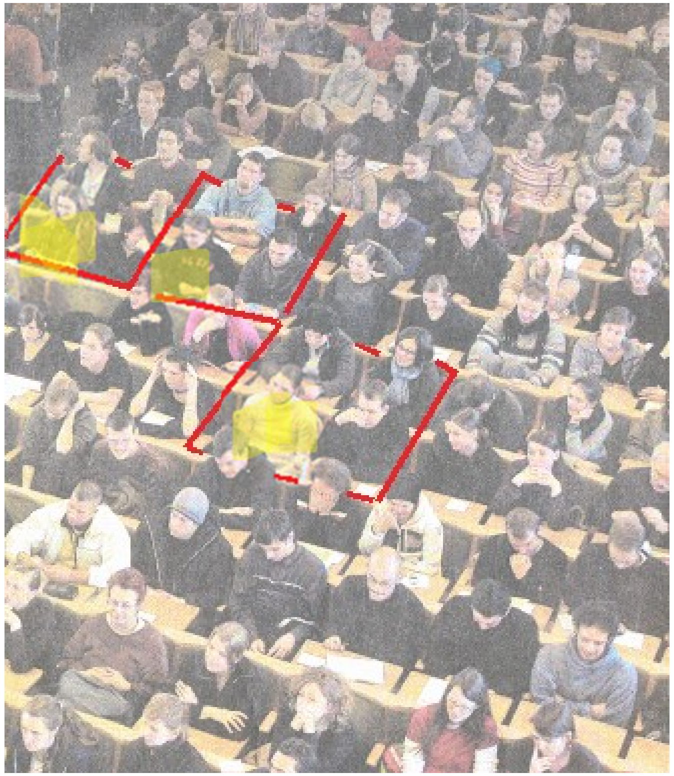


Die, die nebeneinander sitzen, skizzieren 3 Exponentialfunktionen. Die beiden anderen müssen die Funktionsgleichung herausbekommen

6 Minuten

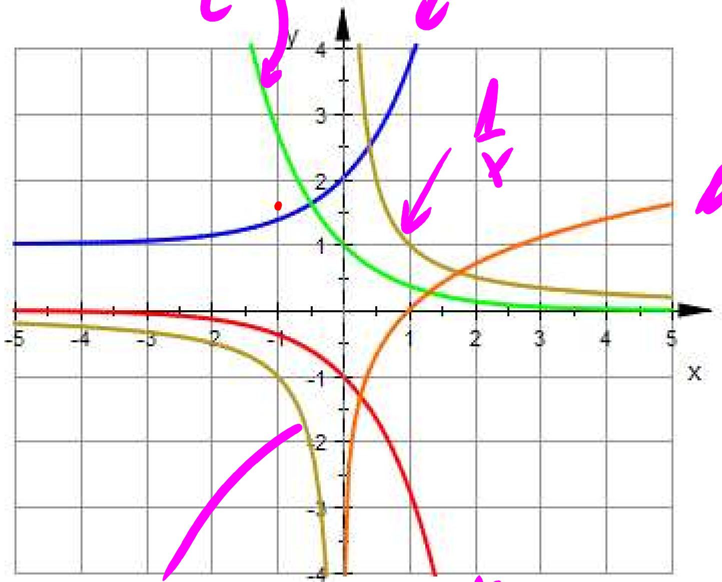


Viererübung



Erklären Sie sich hier die Gleichungen

e^{-x} $y = e^x + 1$

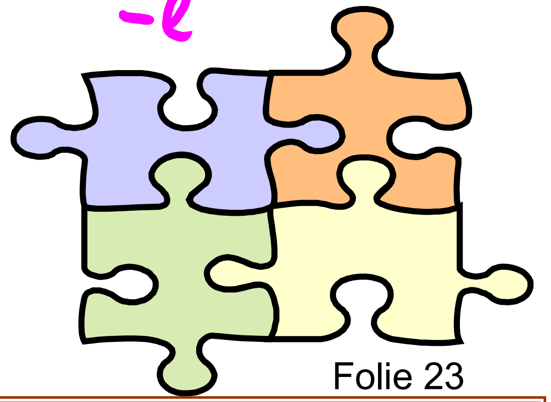


$\frac{1}{x}$ $\ln x$

$-e^x$ $\frac{1}{x}$

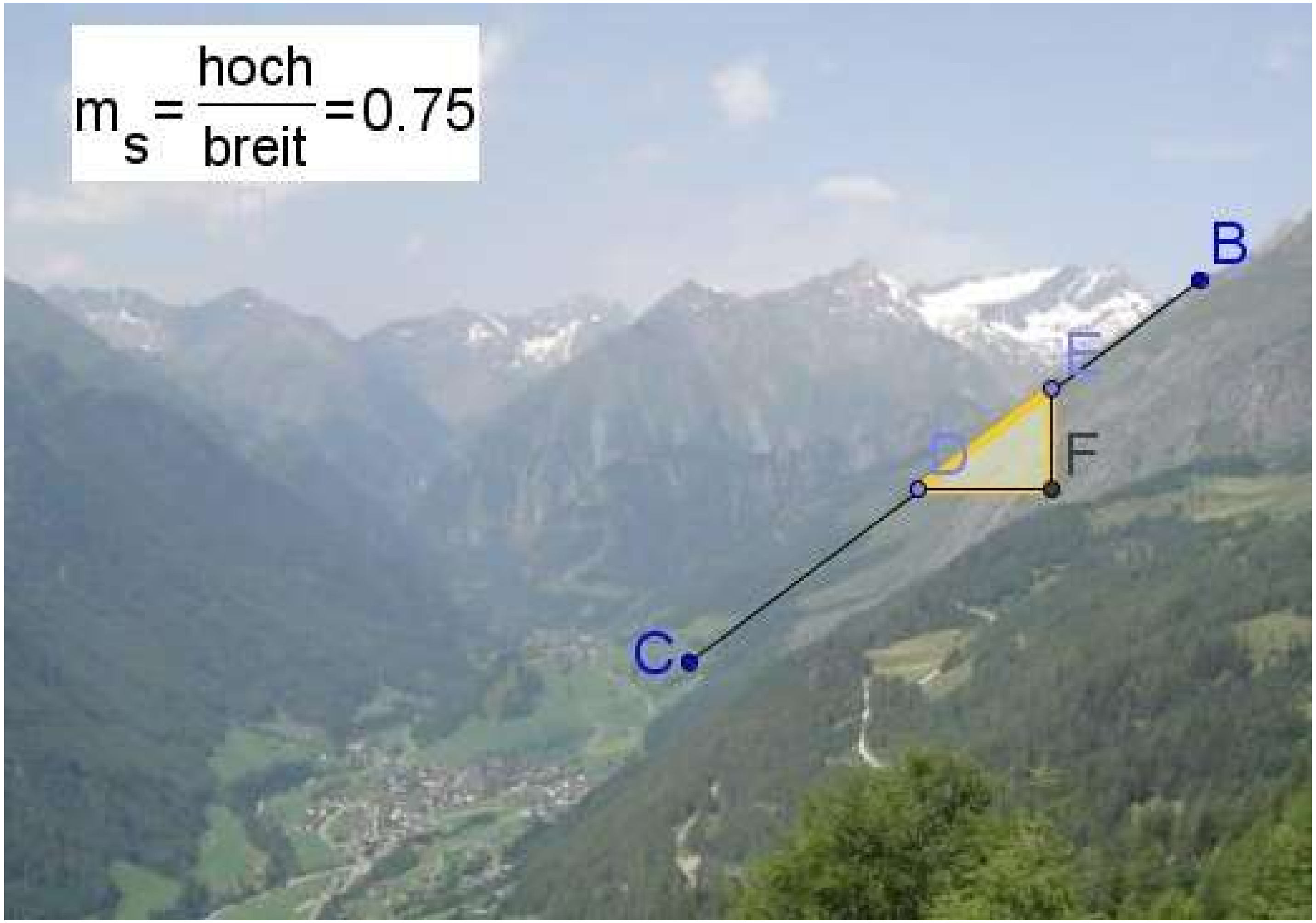
Die, die nebeneinander sitzen, skizzieren 3 Exponentialfunktionen. Die beiden anderen müssen die Funktionsgleichung herausbekommen

6 Minuten



Folie 23

Differentiale



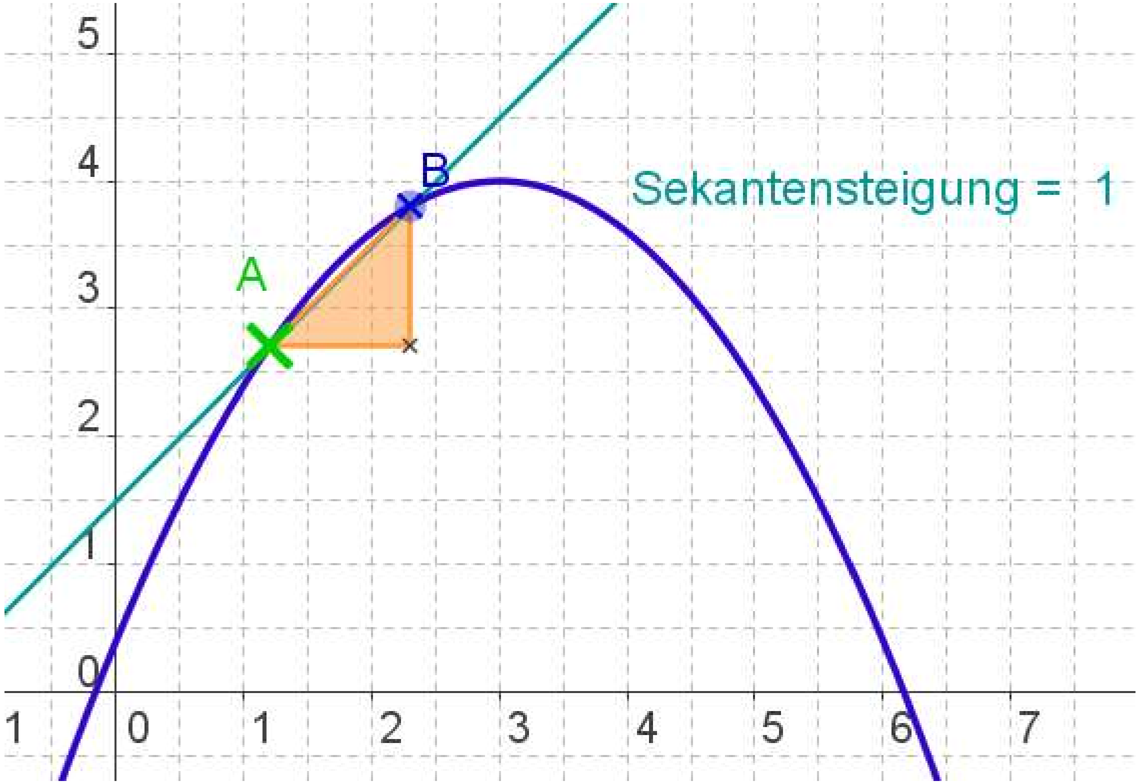
Parabel

Differentiale

SekStF

Sekanten

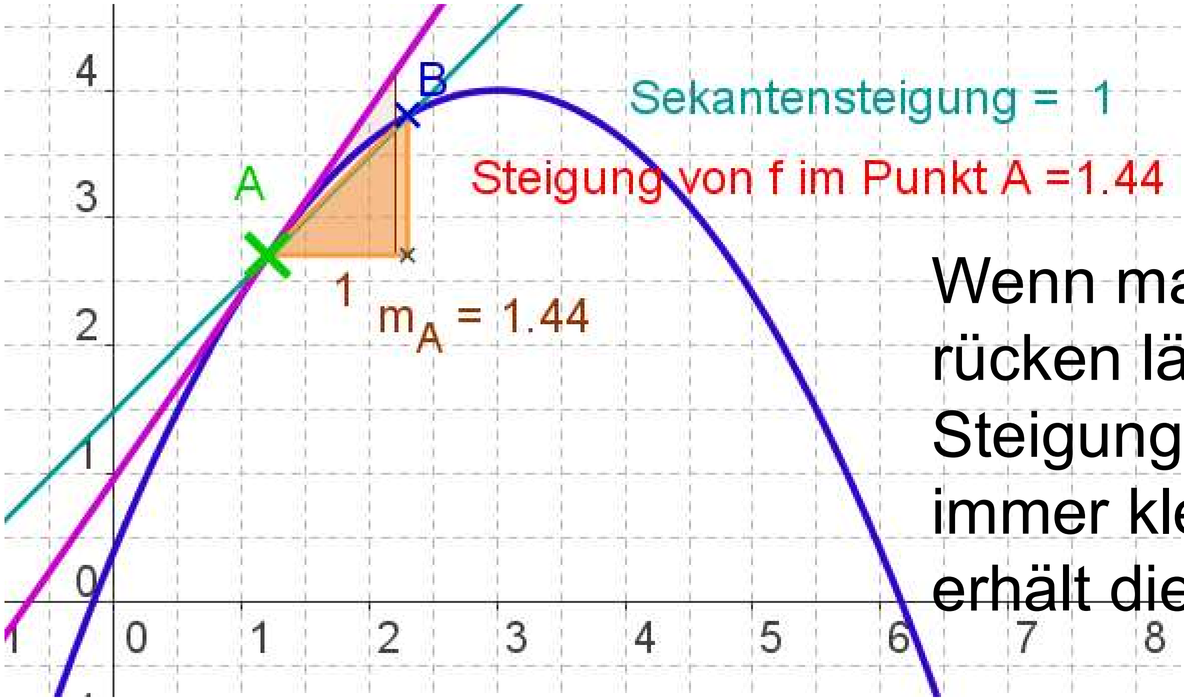
Nur zur Vertiefung



Das Differential

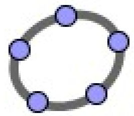
Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:

Welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



Wenn man B an A heranrücken lässt, wird das Steigungsdreieck der Sekante immer kleiner und man erhält die Tangente in A.

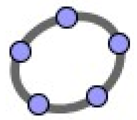
Tangentensteigung in A= $m_A = \lim\limits_{x \to a} m_{sekante}$

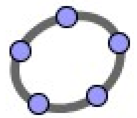


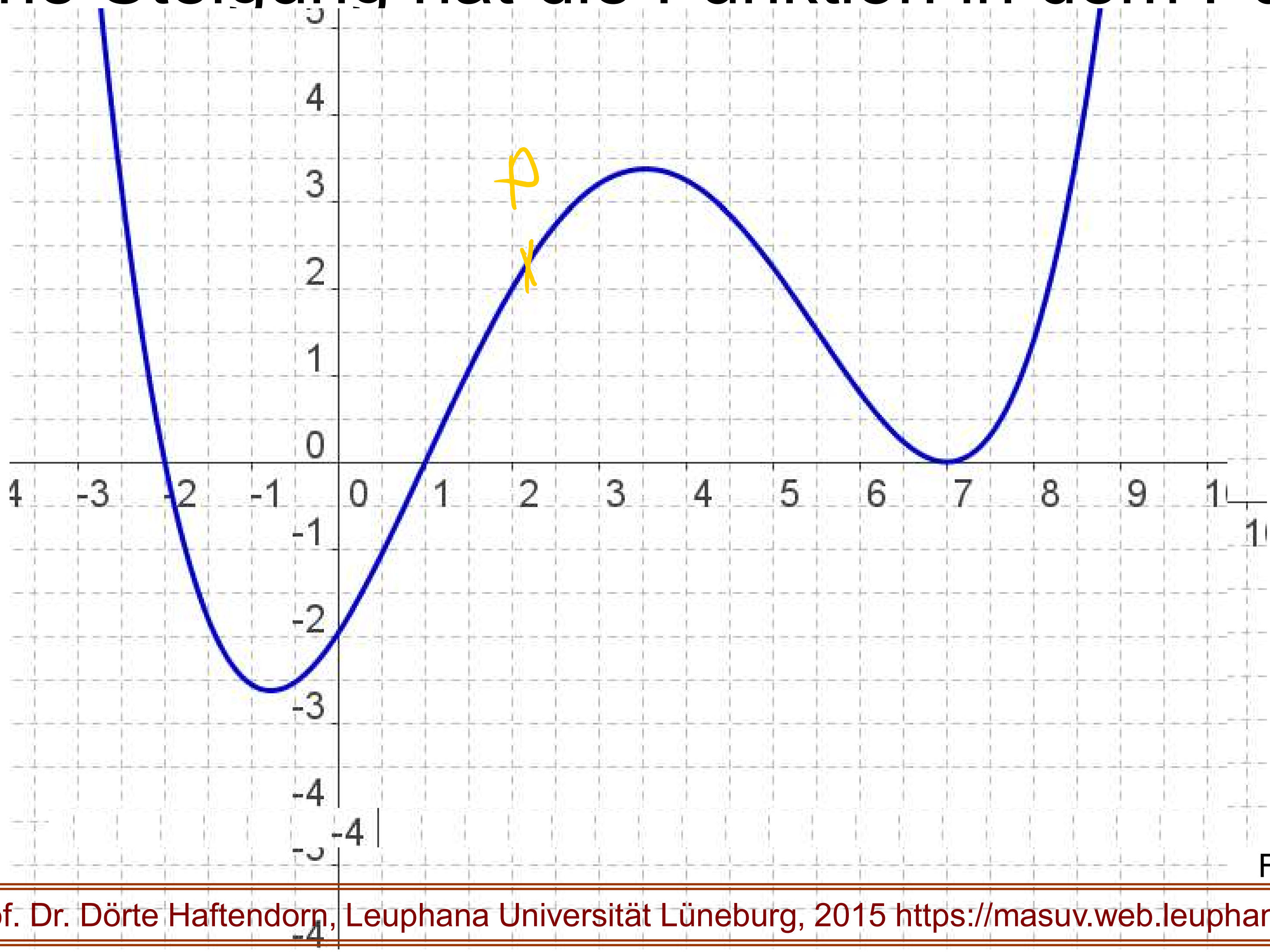
Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:

welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



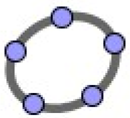




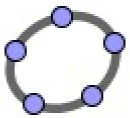
Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:

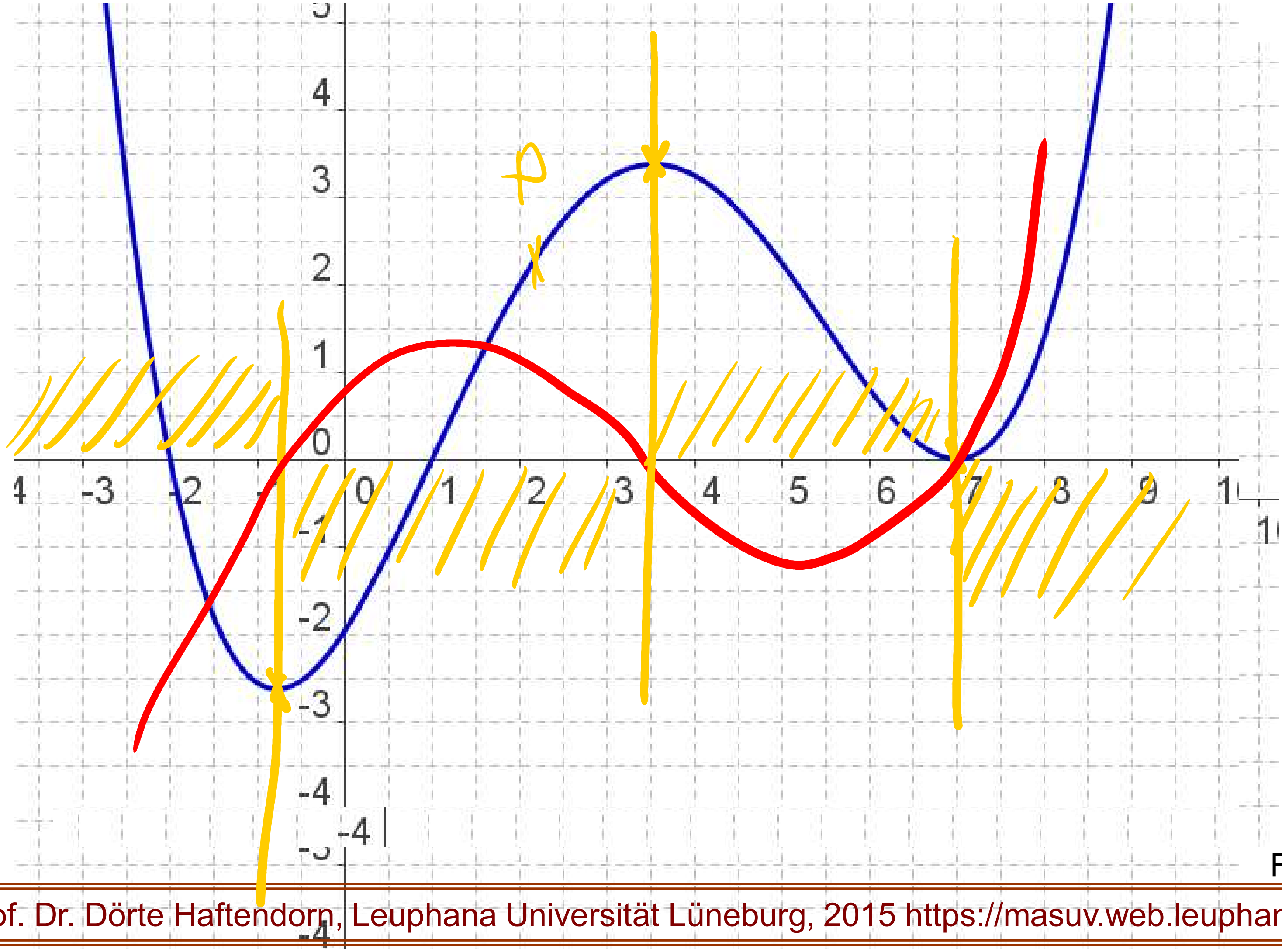
welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



Fahrrad
pur



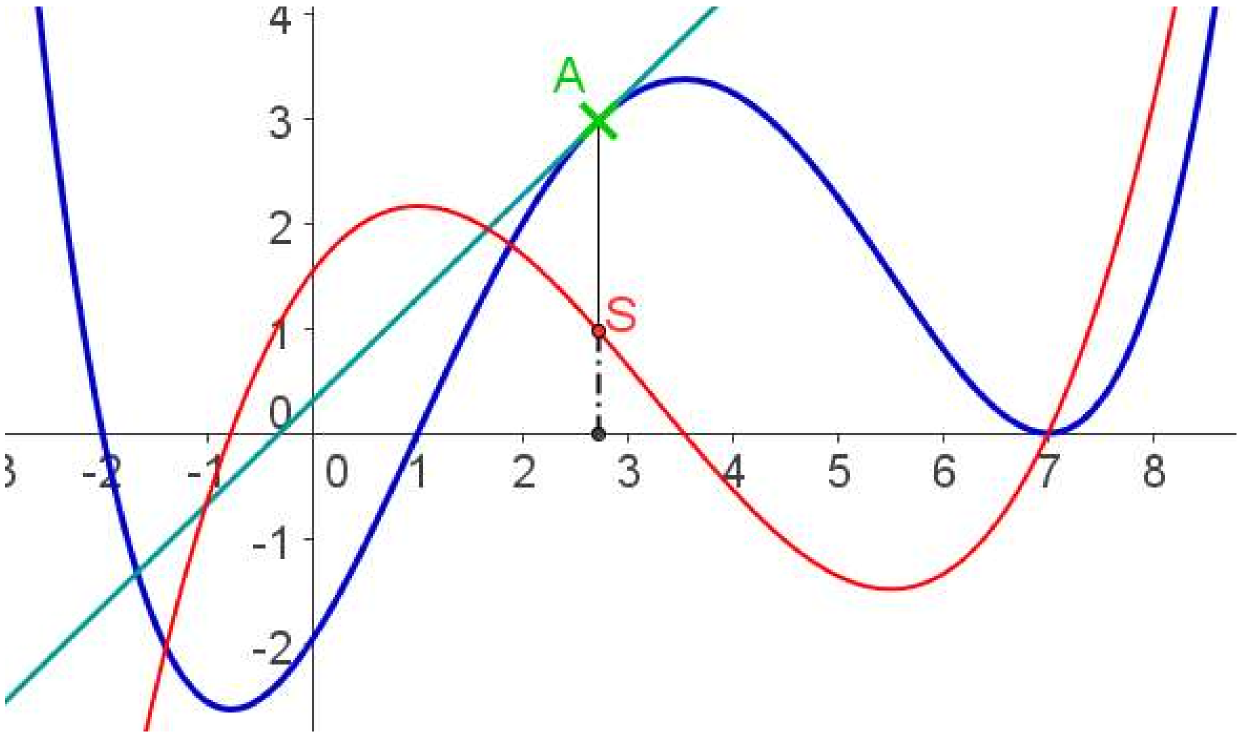
Fahrrad
hier



Die Ableitung f ‘ ist die Funktion, die für jedes x die Steigung der Funktion f angibt.

Fahrrad pur

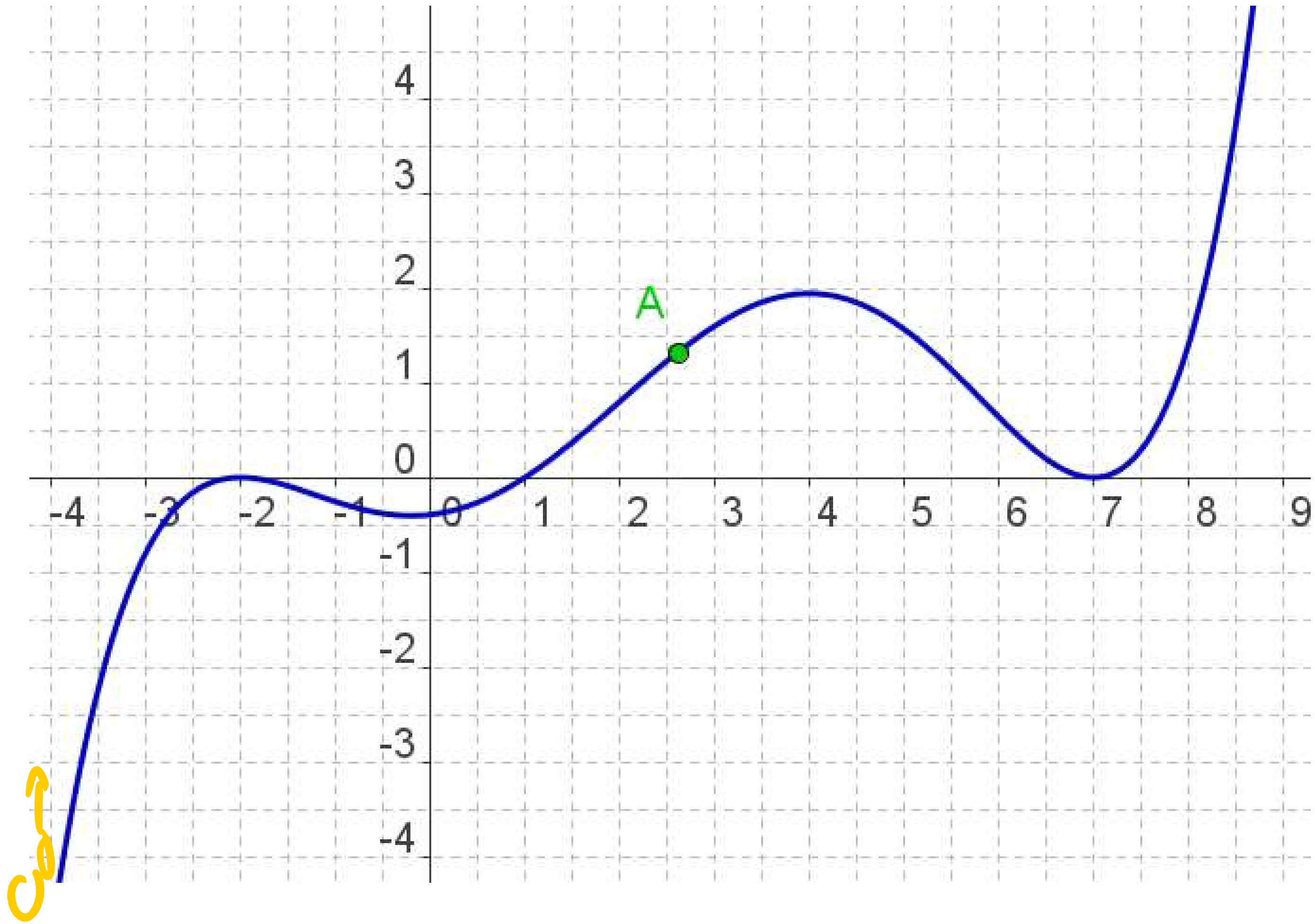
Fahrrad hier

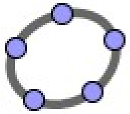


Diff pur

Die rote Funktion ist also die Ableitung von der blauen.

Übung 2 mit Funktionsgraphen

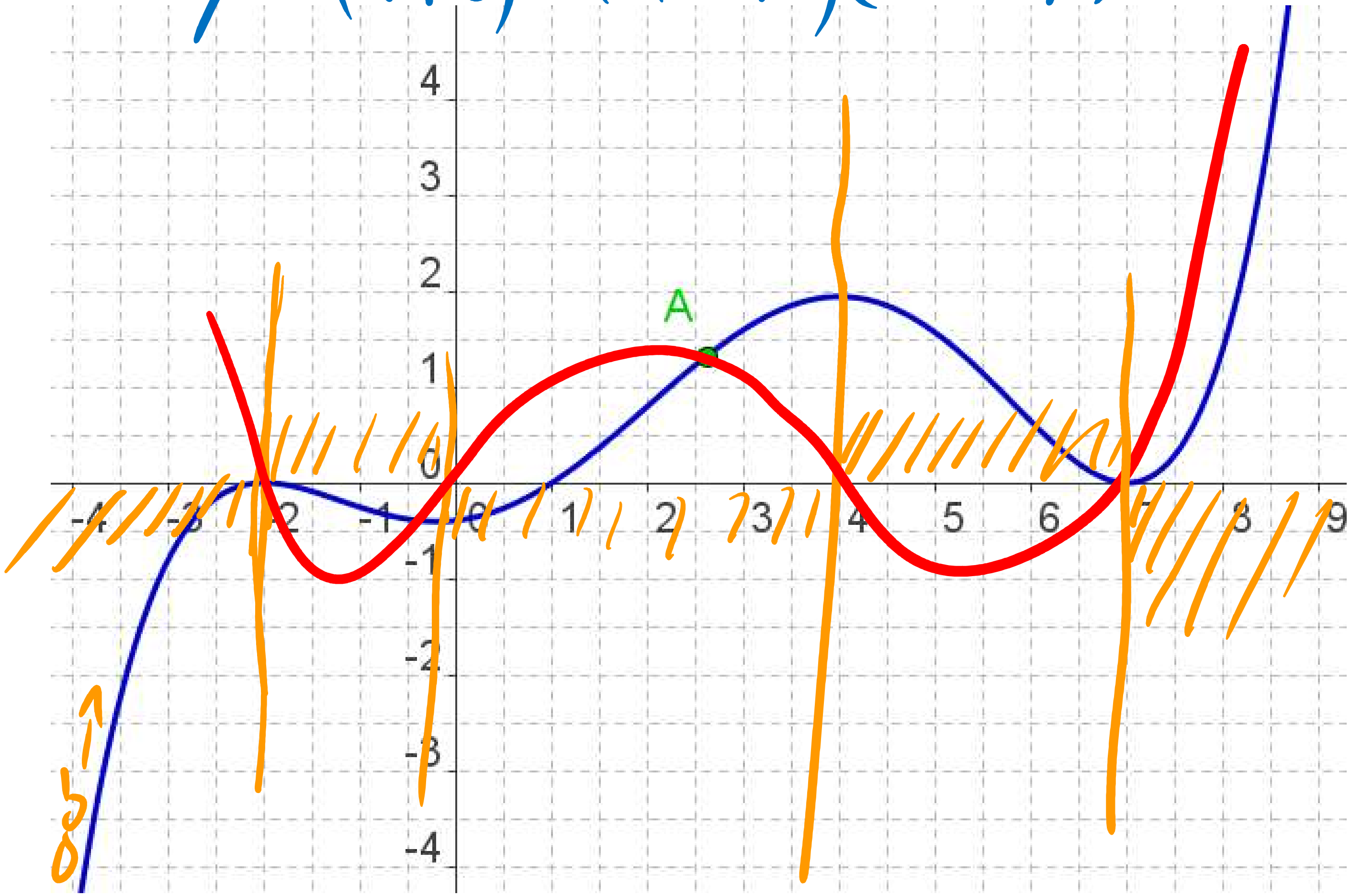




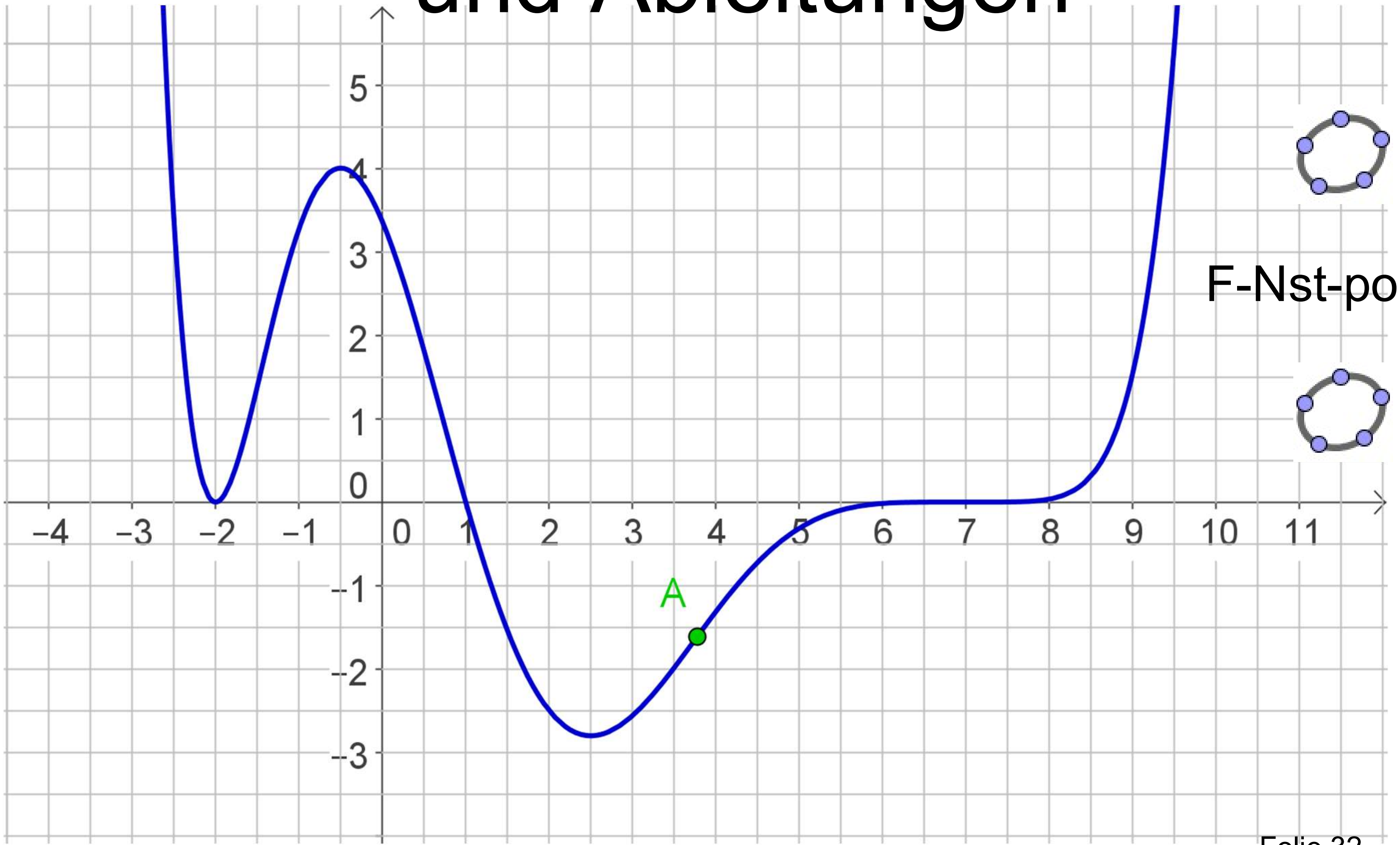
Fahrrad
frei Poly

Übung 2 mit Funktionsgraphen

$y = (x+2)^2(x-1)(x-7)^2$

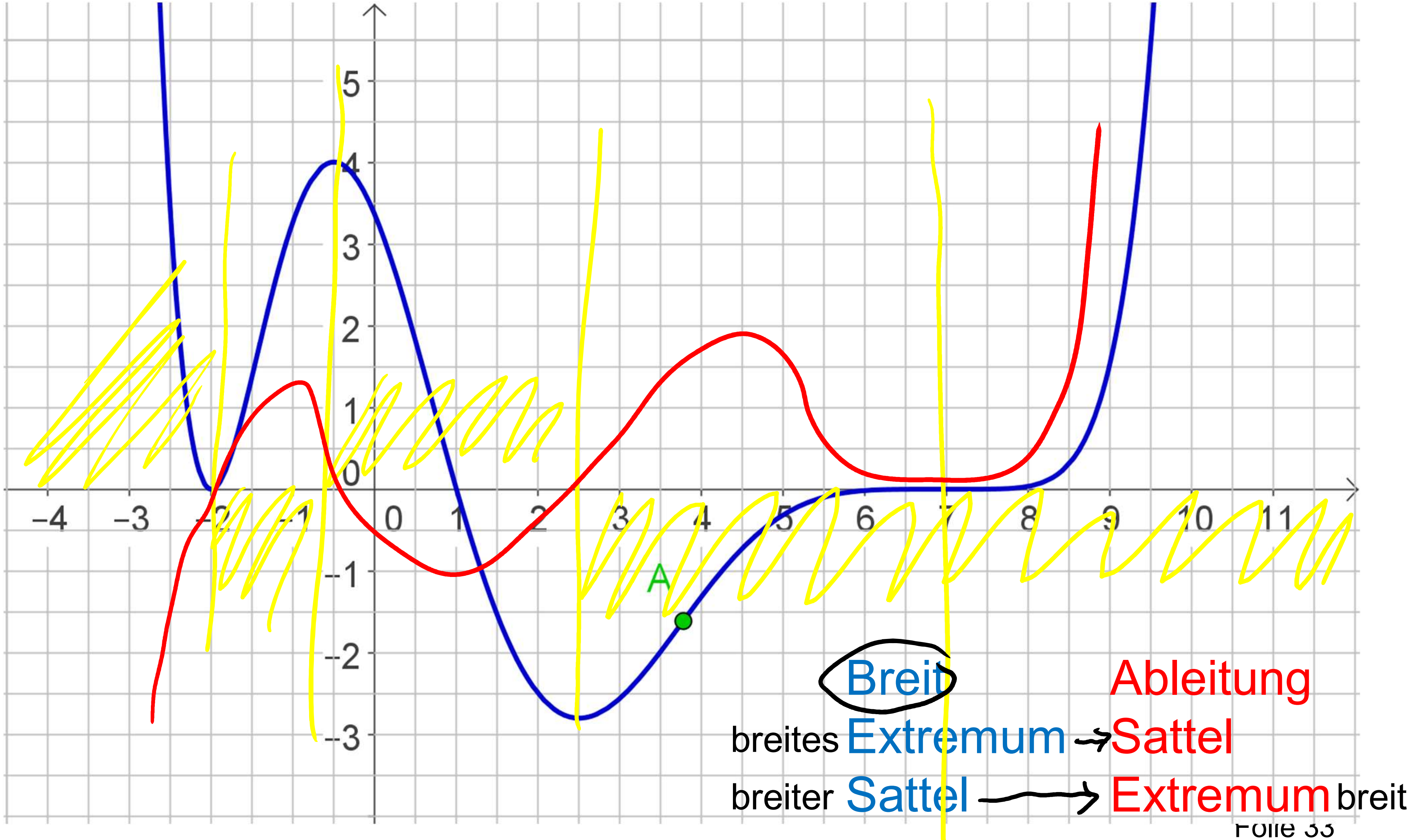


Übung 3 mit Funktionsgraphen und Ableitungen



F-Nst-poly

Übung 3 mit Funktionsgraphen



e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

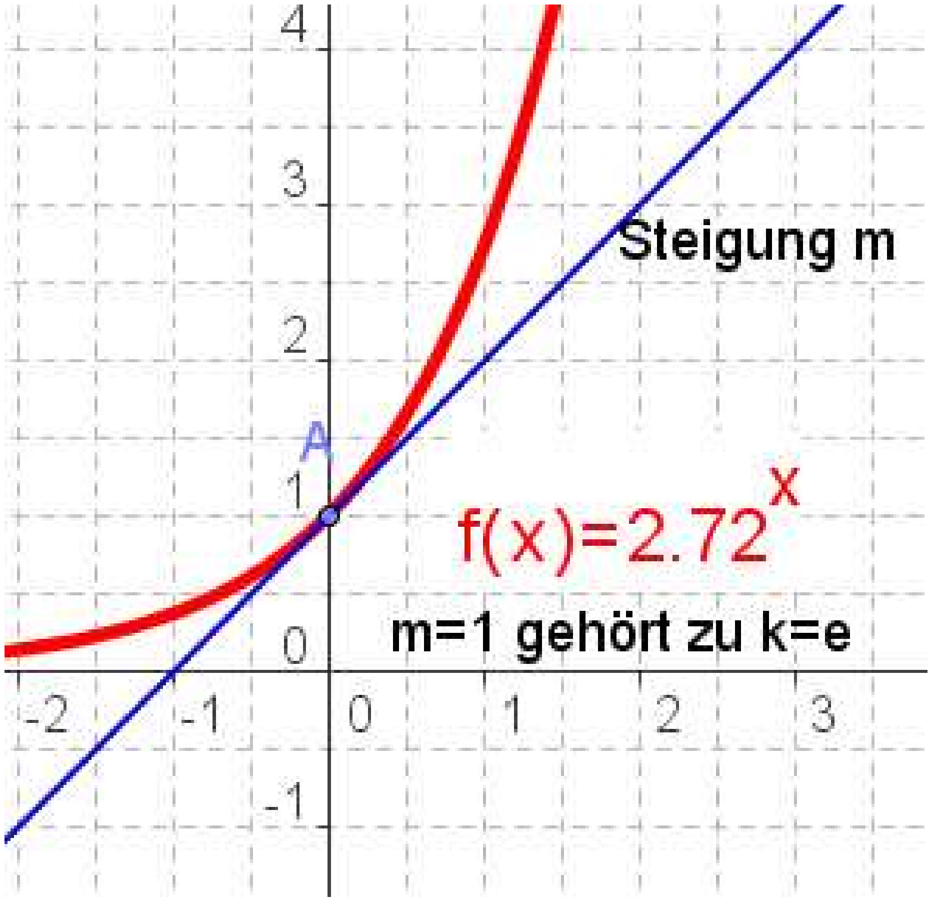
$$f(x) = e^x$$

die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$



die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

Die e-Funktion ist diejenige Funktion, die mit ihrer Ableitung übereinstimmt.

$$\left(e^x\right)' = e^x$$