

## Ein Blick ----- Einblick



Wie wir in „Mathematik für alle“ die Welt der Mathematik sehen

Folie 1

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Ein Weg ist gangbar vorbereitet

Venediger Höhenweg, gebaut vom Alpenverein



Ich bin für Sie der Alpenverein der Mathematik!

Folie 2

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Exponentialfunktion

Exp-fkt



$$f(x) = k^x$$

$k > 0, \text{Def} = \mathbb{R}$

$k = 0, \text{Def} = \mathbb{R}^+$

Basis  $k > 1$

für Basis  $k < 0$  ist  $f$  nicht definiert

Basis  $k$  mit  $0 < k < 1$

Folie 3

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Exponentialfunktion

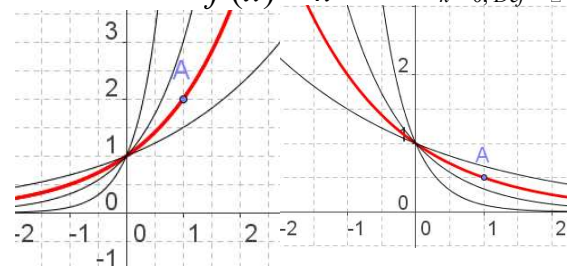
Exp-fkt



$$f(x) = k^x$$

$k > 0, \text{Def} = \mathbb{R}$

$k = 0, \text{Def} = \mathbb{R}^+$



Basis  $k > 1$

für Basis  $k < 0$  ist  $f$  nicht definiert

Basis  $k$  mit  $0 < k < 1$

Folie 4

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

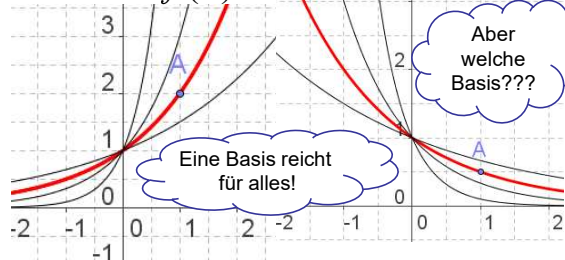
## Exponentialfunktion

Exp-fkt



$$f(x) = \text{basis}^{r \cdot x}$$

$\text{basis} > 1$



$r > 0, \text{Asymptote neg. } x\text{-Achse}$      $r < 0, \text{Asymptote pos. } x\text{-Achse}$

Folie 5

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## e-Funktion, das halbe Geheimnis

hin

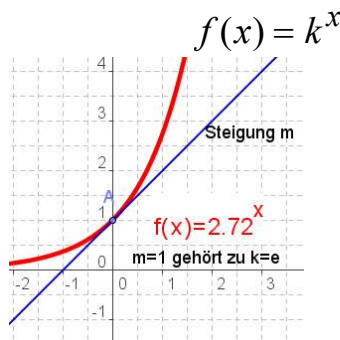


$$f(x) = k^x \quad f(x) = e^x$$

Folie 6

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## e-Funktion, das halbe Geheimnis



**die** e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

$$f(x) = e^x$$

Folie 7

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Die Welt der Umkehrfunktionen



$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \ln(x)$$

$$y = \arcsin(x)$$

$$y = \sqrt[n]{x}$$

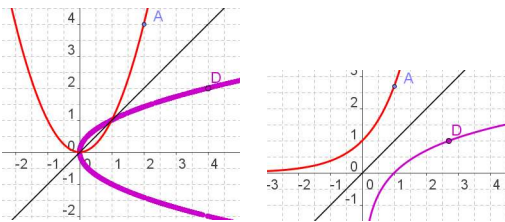
$$y = \log_a(x)$$



Folie 8

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Umkehr-Fragen Umkehr-Funktionen Umkehr-Relationen



Folie 9

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

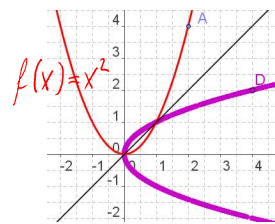
**Frage:** Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

**Antwort:** 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

**Umkehrfrage:** An welchen Stellen hat f den Wert 4?

**Antwort:** +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$

**Visualisierung der Umkehrfrage:**



Folie 10

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

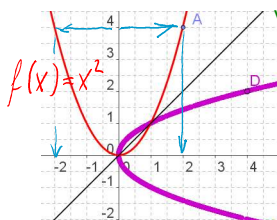
**Frage:** Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

**Antwort:** 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

**Umkehrfrage:** An welchen Stellen hat f den Wert 4?

**Antwort:** +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$

**Visualisierung der Umkehrfrage:**



Folie 11

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

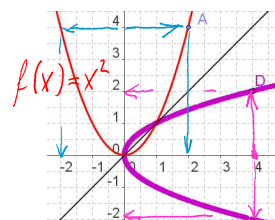
**Frage:** Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

**Antwort:** 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

**Umkehrfrage:** An welchen Stellen hat f den Wert 4?

**Antwort:** +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$

**Visualisierung der Umkehrfrage:**



I  
oder  
II

Gehe von der y-Achse zur Kurve und dann zur x-Achse

Gehe von der x-Achse zum Graphen der an der Winkel halbierenden gespiegelten Kurve und dann zur y-Achse. Es ist die Umkehrrelation.

oder

$$x = y^2$$

Dies ist hier **keine** Funktion. Der Wert ist nicht eindeutig bestimmt.

Folie 12

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen**

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?  
 Antwort: 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f den Wert 4?  
 Antwort: +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$

Formalisierung der Umkehrfrage:  
 Bilde (hier stückweise) die Umkehrfunktion  
 $g(x) = \sqrt{x}$   
 $h(x) = -\sqrt{x}$

$h(4) = -2$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**die Exponentialfunktion**

$f(x) = e^x$

der natürliche Logarithmus  
 die In-Funktion  
 der ln

Eulersche e-Funktion

$g(x) = \ln(x)$

Folie 14  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**die Exponentialfunktion**

$f(x) = e^x$   $e^{\ln(x)} = x$

der natürliche Logarithmus  
 die In-Funktion  
 der ln

Eulersche e-Funktion

$\ln(e^x) = x$   
 $\ln(e) = 1$   
 $\ln(1) = 0$

Folie 15  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Wie langsam wächst der Logarithmus?**

Folie 16  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Funktion frisst Umkehrfunktionen**

$y = \sqrt{x}$   $y = \ln(x)$   
 $y = \arcsin(x)$

$y = \sqrt[n]{x}$   $y = \log_a(x)$

für Hauptwerte

$\sqrt{x^2} = |x|$   
 $(\sqrt{x})^2 = x$   
 $\sqrt[n]{x^n} = |x|$

Folie 17  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Die Welt der Umkehrfunktionen**

$y = \sqrt{x}$   $y = \ln(x)$   
 $y = \arcsin(x)$   $\ln(e^x) = x$   
 $e^{\ln x} = x$

$\sin(\arcsin(x)) = x$   
 $\arcsin(\sin(x)) = x$

für Hauptwerte  $y = \log_a(x)$

$b^x = (e^{\ln b})^x = e^{\ln b \cdot x}$  Basiswechsel

Folie 18  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Funktionsgleichung $y = f(x)$

### Grundtypen

**Potenzfunktion**  
 $f(x) = x^k$      $f^{-1} = g$

**Exponentialfunktion**  
 $f(x) = e^x$      $f^{-1} = g$

**Trigonometrische Funktion**  
 $f(x) = \sin(x)$      $f^{-1} = g$

**Wurzelfunktion**  
 $g(x) = \sqrt[k]{x}$

**Logarithmus**  
 $g(x) = \ln(x)$

**Arcus-Funktion**  
 $g(x) = \arcsin(x)$   
 $= \text{INV} \sin(x)$

GeoGebra

Folie 19

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Übung mit Funktionsgraphen

$y = e^x$      $y = e^{-x}$      $y = e^{x-2}$      $y = -e^{x-3} - 1$      $y = \ln(x-6)$

Folie 20

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Übung mit Funktionsgraphen

$y = e^x$      $y = e^{-x}$      $y = e^{x-2}$      $y = -e^{x-3} - 1$      $y = \ln(x-6)$

Folie 21

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Vierer-Übung

Erklären Sie sich hier die Gleichungen

Die, die nebeneinander sitzen, skizzieren 3 Exponentialfunktionen. Die beiden anderen müssen die Funktionsgleichung herausbekommen

6 Minuten

Folie 22

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Vierer-Übung

Erklären Sie sich hier die Gleichungen

Die, die nebeneinander sitzen, skizzieren 3 Exponentialfunktionen. Die beiden anderen müssen die Funktionsgleichung herausbekommen

6 Minuten

Folie 23

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

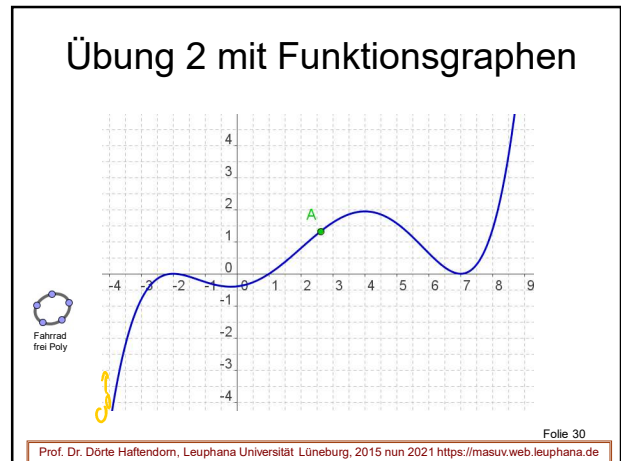
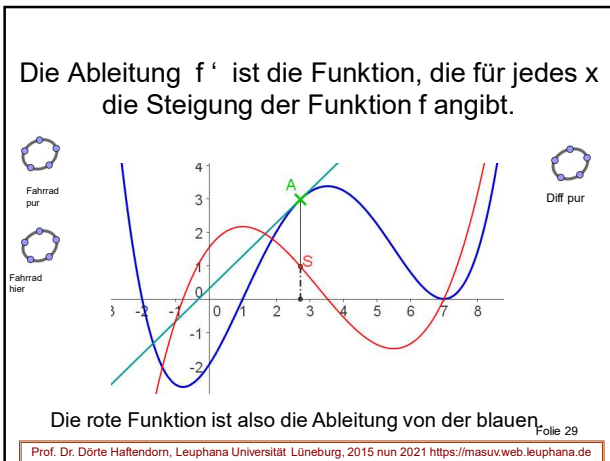
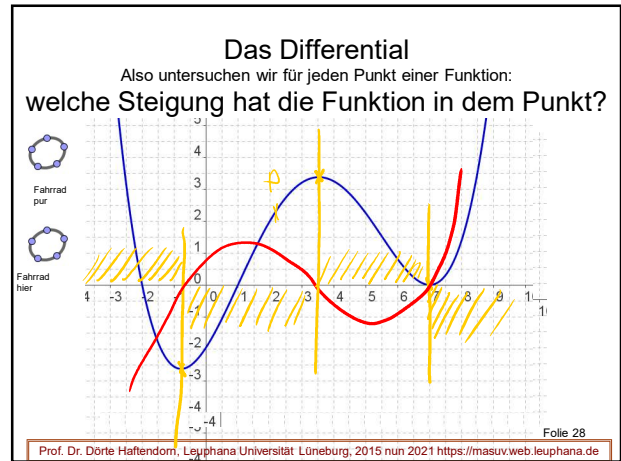
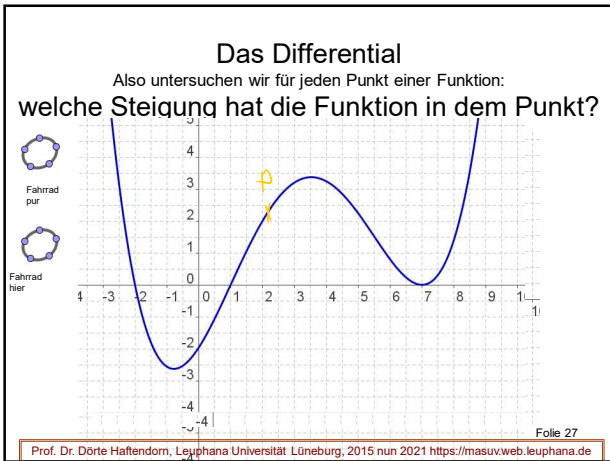
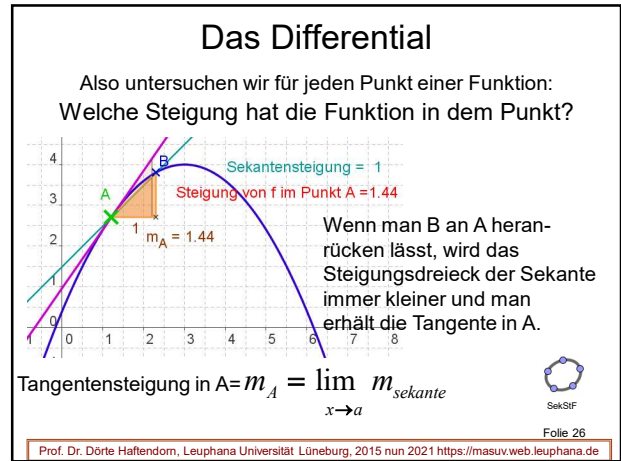
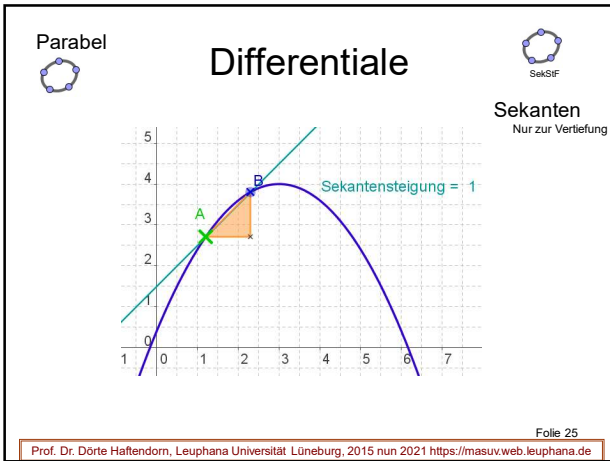
## Differentiale

$$m = \frac{\text{hoch}}{\text{breit}} = 0.75$$

Folie 24

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>





## Übung 2 mit Funktionsgraphen

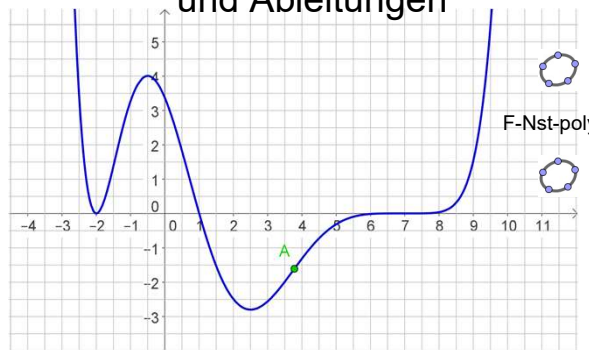
$$y = (x+2)^2(x-1)(x-7)^2$$



Folie 31

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

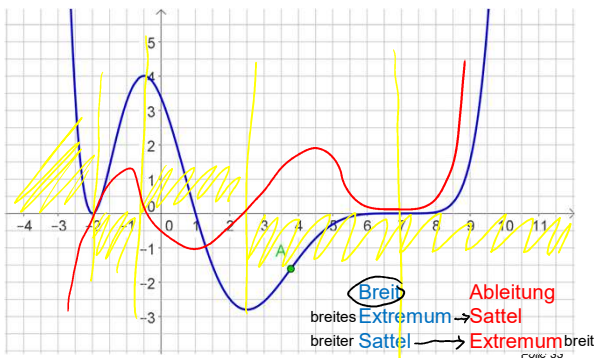
## Übung 3 mit Funktionsgraphen und Ableitungen



Folie 32

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Übung 3 mit Funktionsgraphen



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

**die** e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

Folie 34

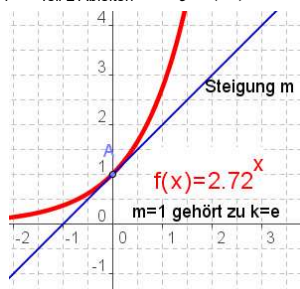
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

**die** e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.



Die e-Funktion ist diejenige Funktion, die mit ihrer Ableitung übereinstimmt.

$$(e^x)' = e^x$$

Folie 35

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>