

# Ein Blick ----- Einblick



Wie wir in „Mathematik für alle“ die Welt der Mathematik sehen

Folie 1

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Ein Weg ist gangbar vorbereitet

Venediger Höhenweg, gebaut vom Alpenverein



Ich bin für Sie der Alpenverein der Mathematik!

Folie 2

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Exponentialfunktion

Exp-fkt 

$$f(x) = k^x$$

$k > 0, \text{Def} = \mathbb{R}$

$k = 0, \text{Def} = \mathbb{R}^+$

Basis  $k > 1$

Basis  $k$  mit  $0 < k < 1$

für Basis  $k < 0$  ist  $f$  nicht definiert

Folie 3

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

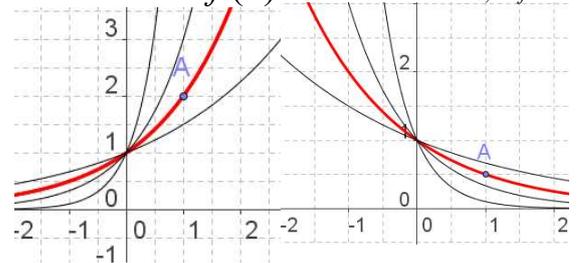
# Exponentialfunktion

Exp-fkt 

$$f(x) = k^x$$

$k > 0, \text{Def} = \mathbb{R}$

$k = 0, \text{Def} = \mathbb{R}^+$



Basis  $k > 1$

Basis  $k$  mit  $0 < k < 1$

für Basis  $k < 0$  ist  $f$  nicht definiert

Folie 4

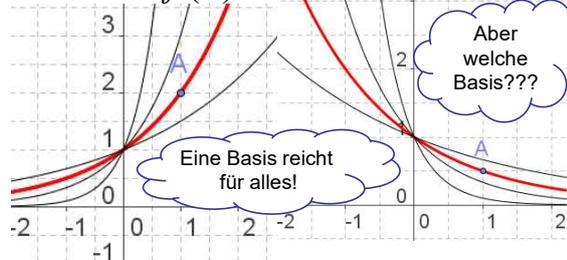
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Exponentialfunktion

Exp-fkt 

$$f(x) = \text{basis}^{r \cdot x}$$

$\text{basis} > 1$



$r > 0, \text{Asymptote neg. } x\text{-Achse}$      $r < 0, \text{Asymptote pos. } x\text{-Achse}$

Folie 5

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# e-Funktion, das halbe Geheimnis

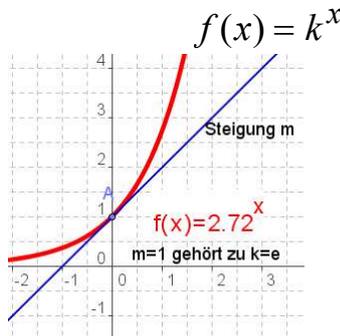
hin 

$$f(x) = k^x \quad f(x) = e^x$$

Folie 6

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## e-Funktion, das halbe Geheimnis



*die* e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

$$f(x) = e^x$$

Folie 7

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Die Welt der Umkehrfunktionen



$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \ln(x)$$

$$y = \arcsin(x)$$

$$y = \sqrt[n]{x}$$

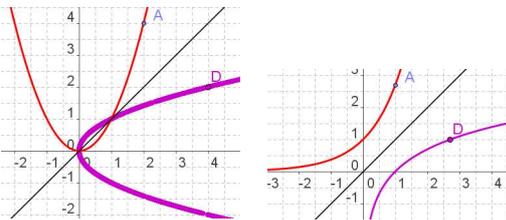
$$y = \log_a(x)$$



Folie 8

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Umkehr-Fragen Umkehr-Funktionen Umkehr-Relationen



Folie 9

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

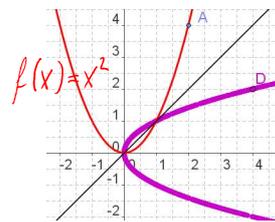
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$

Visualisierung der Umkehrfrage:



Folie 10

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

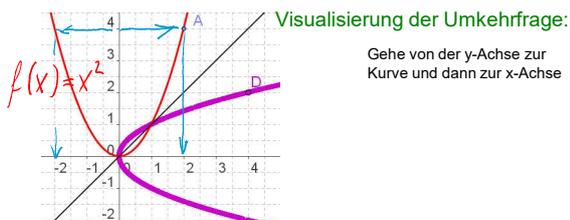
## Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$



Folie 11

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

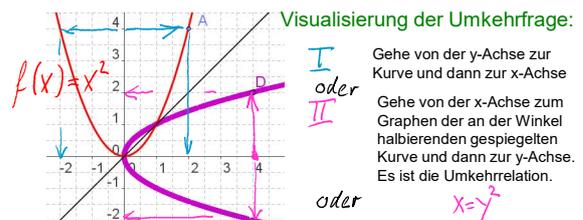
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$

Visualisierung der Umkehrfrage:



Dies ist hier **keine** Funktion. Der Wert ist nicht eindeutig bestimmt.

Folie 12

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen**

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?  
 Antwort: 4 ist der Wert,  $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f den Wert 4?  
 Antwort: +2 und -2 sind Lösungen,  $f(+2)=4$  und  $f(-2)=4$

Formalisierung der Umkehrfrage:  
 Bilde (hier stückweise) die Umkehrfunktion  
 $g(x) = \sqrt{x}$   
 $h(x) = -\sqrt{x}$

$h(4) = -2$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**die Exponentialfunktion**

$f(x) = e^x$

der natürliche Logarithmus  
 die In-Funktion  
 der ln

Eulersche e-Funktion

$g(x) = \ln(x)$

Folie 14  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**die Exponentialfunktion**

$f(x) = e^x$   $e^{\ln(x)} = x$

der natürliche Logarithmus  
 die In-Funktion  
 der ln

Eulersche e-Funktion

$\ln(e^x) = x$   
 $\ln(e) = 1$   
 $\ln(1) = 0$

Folie 15  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Wie langsam wächst der Logarithmus?**

Folie 16  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Funktion frisst Umkehrfunktionen**

für  $x > 0$

$y = \sqrt{x}$   $y = \ln(x)$   
 $y = \arcsin(x)$   
 $y = \sqrt[n]{x}$   
 für Hauptwerte  $y = \log_a(x)$

Folie 17  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

**Die Welt der Umkehrfunktionen**

für  $x > 0$

$y = \sqrt{x}$   $y = \ln(x)$   
 $y = \arcsin(x)$   $\ln(e^x) = x$   
 $\sqrt{x^2} = |x|$   $\sin(\arcsin(x)) = x$   $e^{\ln x} = x$   
 $(\sqrt{x})^2 = x$   $\arcsin(\sin(x)) = x$   
 $y = \sqrt[n]{x}$   $y = \log_a(x)$   
 $\sqrt[n]{x^n} = |x|$   $b^x = (e^{\ln b})^x = e^{\ln b \cdot x}$  **Basismaximal**

Folie 18  
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Funktionsgleichung $y = f(x)$

## Grundtypen

**Potenzfunktion**

$$f(x) = x^k \quad f^{-1} = g$$

**Wurzelfunktion**

$$g(x) = \sqrt[k]{x}$$



**Exponentialfunktion**

$$f(x) = e^x \quad f^{-1} = g$$

**Logarithmus**

$$g(x) = \ln(x)$$

**Trigonometrische Funktion**

$$f(x) = \sin(x) \quad f^{-1} = g$$

**Arcus-Funktion**

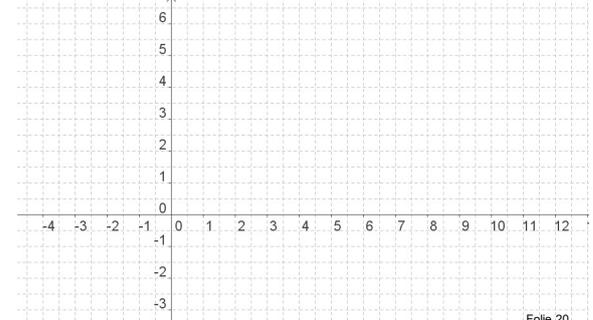
$$g(x) = \arcsin(x) = \text{INV} \sin(x)$$

Folie 19

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Übung mit Funktionsgraphen

$$y = e^x \quad y = e^{-x} \quad y = e^{x-2} \quad y = -e^{x-3} - 1 \quad y = \ln(x-6)$$

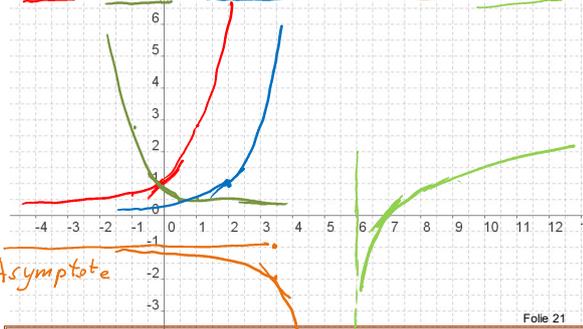


Folie 20

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Übung mit Funktionsgraphen

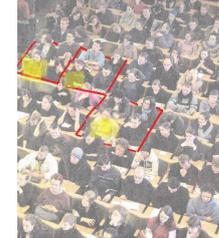
$$y = e^x \quad y = e^{-x} \quad y = e^{x-2} \quad y = -e^{x-3} - 1 \quad y = \ln(x-6)$$



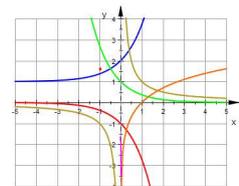
Folie 21

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Vierer-Übung

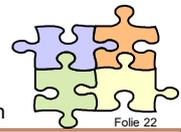


Erklären Sie sich hier die Gleichungen



Die, die nebeneinander sitzen, skizzieren 3 Exponentialfunktionen. Die beiden anderen müssen die Funktionsgleichung herausbekommen

6 Minuten



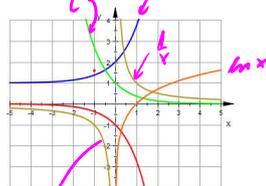
Folie 22

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Vierer-Übung

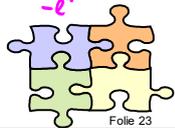


Erklären Sie sich hier die Gleichungen



Die, die nebeneinander sitzen, skizzieren 3 Exponentialfunktionen. Die beiden anderen müssen die Funktionsgleichung herausbekommen

6 Minuten



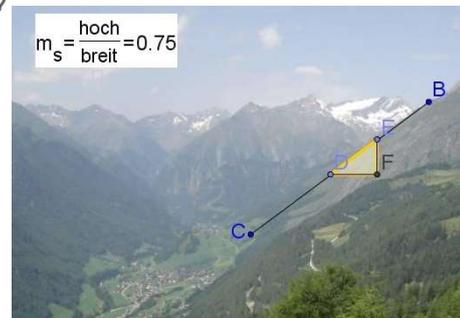
Folie 23

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

# Differentiale

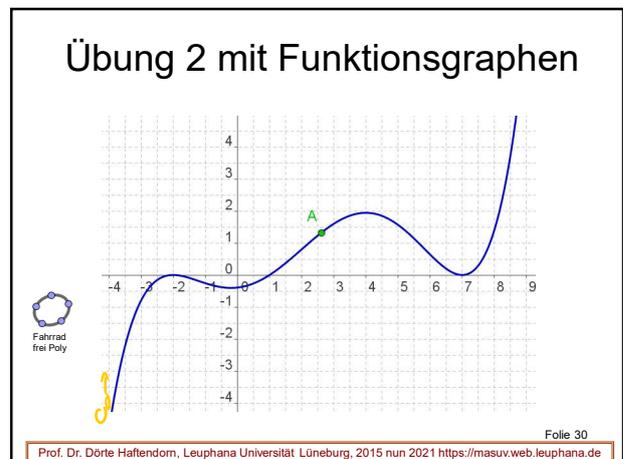
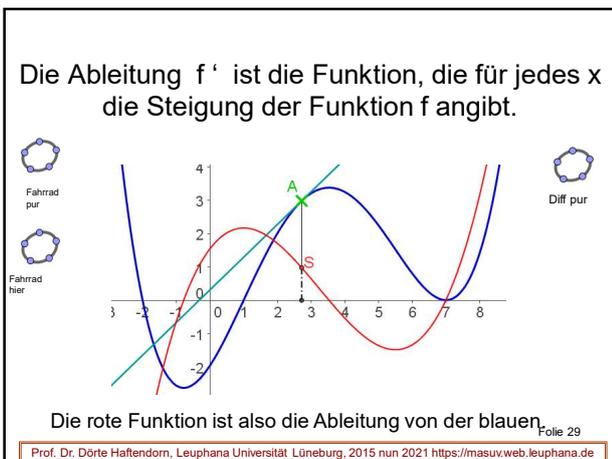
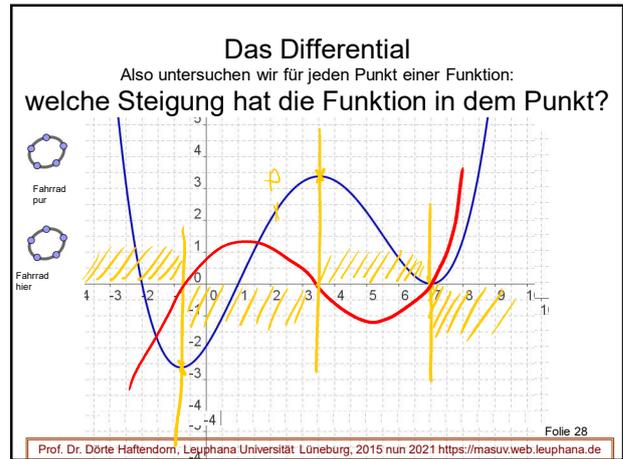
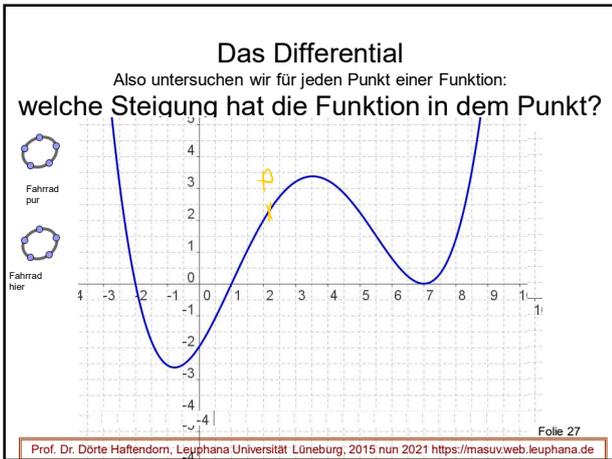
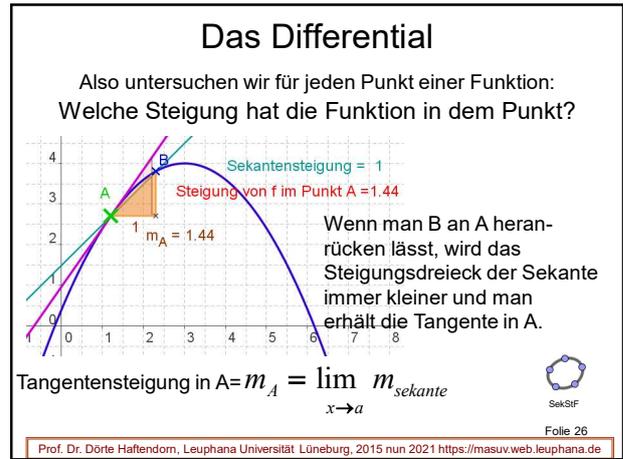
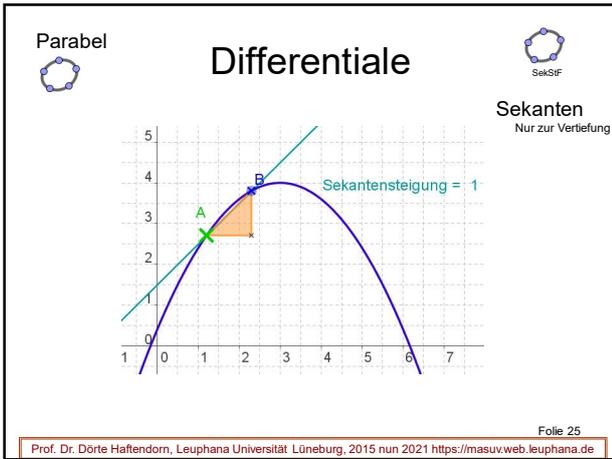


$$m = \frac{\text{hoch}}{\text{breit}} = 0.75$$



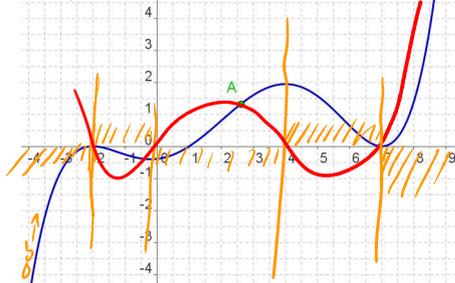
Folie 24

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>



## Übung 2 mit Funktionsgraphen

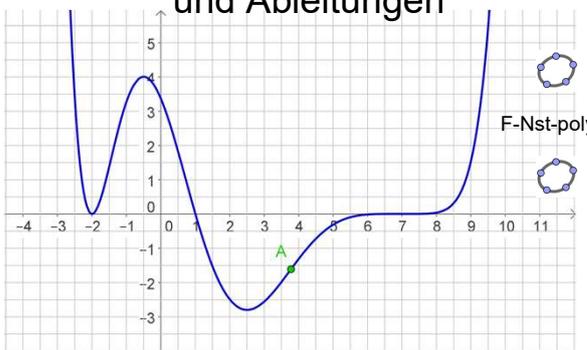
$$y = (x+2)^2(x-1)(x-7)^2$$



Folie 31

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

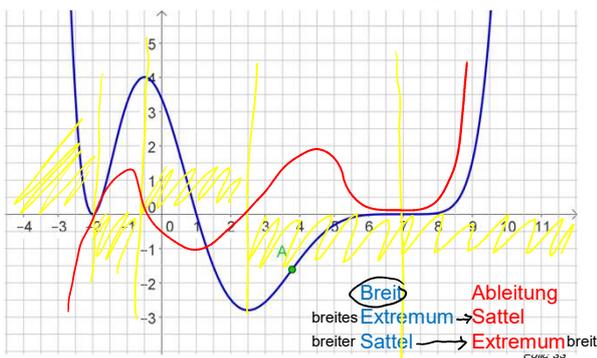
## Übung 3 mit Funktionsgraphen und Ableitungen



Folie 32

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## Übung 3 mit Funktionsgraphen



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

**die** e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

Folie 34

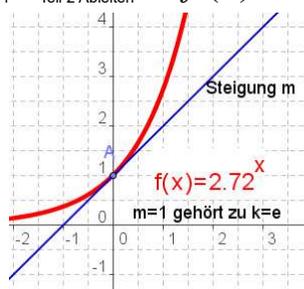
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>

## e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

**die** e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.



Die e-Funktion ist diejenige Funktion, die mit ihrer Ableitung übereinstimmt.

$$(e^x)' = e^x$$

Folie 35

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 nun 2021 <https://masuv.web.leuphana.de>