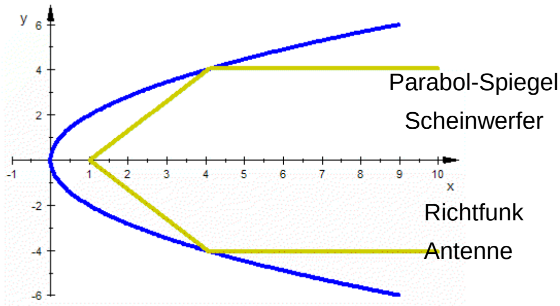
Funktionen als zentrales Werkzeug



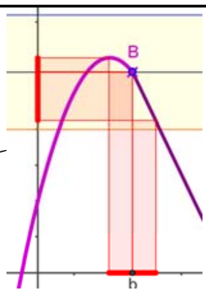
Mathematik und Sprache

- formale Sprache
  - Mathematiker unter sich, M.-Bücher
- verbale Sprache mit Exaktheitsanspruch
  - Mathematik in anderen Wissenschaften
- offene, aber treffende verbale Sprache
  - Ziel von allg. Mathematik-Lehre
- visuell unterstützte genauere Sprache
  - Basis für das Lehren
- Sprache des Lernens und Herantastens

Mathematik und Sprache am Beispiel

Eine Funktion ist stetig im Punkt B.

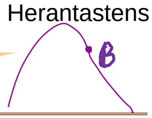
visuell unterstützte genauere Sprache



Wenn die x-Werte von beiden Seiten an b heranrücken, dann rücken die Funktionswerte beliebig dicht an f(b) heran.

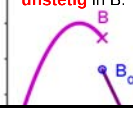
Sprache des Lernens und Herantastens

Man kann dies in einem Zug zeichnen.



Darum ist f stetig in B.

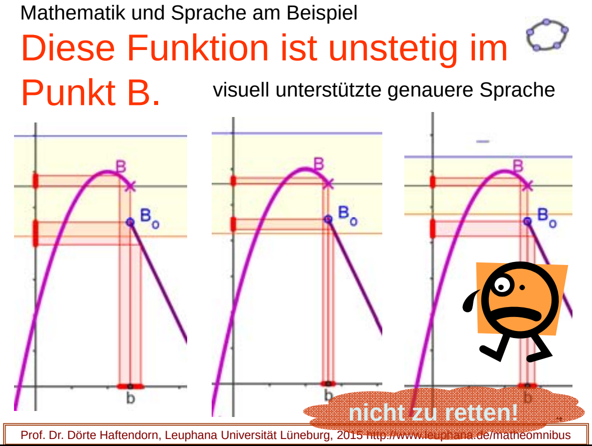
Dieses f ist **unstetig** in B.



Mathematik und Sprache am Beispiel

Diese Funktion ist unstetig im Punkt B.

visuell unterstützte genauere Sprache



Mathematik und Sprache am Beispiel

Eine Funktion ist stetig im Punkt B=(b,f(b))

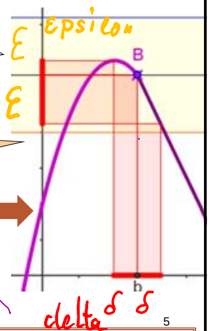
- formale $\forall \varepsilon>0\ \exists \delta>0: \forall x\in U_\delta(b) \Rightarrow f(x)\in U_\varepsilon(f(b))$
- verbale Sprache mit Exaktheitsanspruch

Für alle Epsilon größer Null gibt es ein Delta größer Null, so dass für alle x aus einer Delta-Umgebung von b die Funktionswerte in einer Epsilon-Umgebung von f(b) liegen.

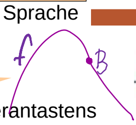
- offene, aber treffende verbale Sprache

Wenn die x-Werte von beiden Seiten an b heranrücken, dann rücken die Funktionswerte beliebig dicht an f(b) heran.

- visuell unterstützte genauere Sprache



Man kann dies in einem Zug zeichnen.



- Sprache des Lernens und Herantastens

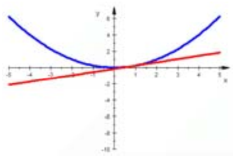
Aufgabe von „Mathematik für alle“

ist es

Funktionen als zentrales Werkzeug

begreifbar zu machen.

Mit visueller Unterstützung sollen Sie die Funktionen-Welt ordnen und gliedern.



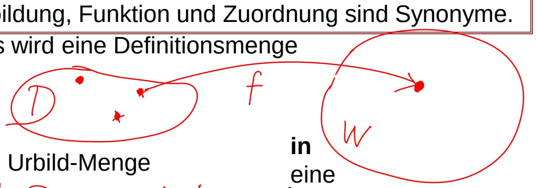
Sie sollen die tragenden Konzepte verstehen und einen Eindruck vom Nutzen bekommen.

Berechnungen, und Vertiefungen folgen in einigen Fachrichtungen später. Aber nicht hier!!!!!!

Was ist überhaupt eine Funktion?

Abbildung, Funktion und Zuordnung sind Synonyme.

Es wird eine Definitionsmenge



Urbild-Menge

$f: D \longrightarrow W$

in eine

Wertemenge abgebildet
Bildmenge

und zwar auf **eindeutige** Weise.

d.h. jedes Urbild hat ein Bild, aber auch nur eins.

d.h. jedes Urbild hat genau ein Bild.

7

Ausschärfung der Begriffe

Abbildung, Funktion und Zuordnung sind fast Synonyme.

Abbildung verwendet man allgemein, im Besonderen aber in der Geometrie: Spiegelung, Drehung, Scherung, Projektion....

Zuordnung nimmt den Vorgang des Zuordnens und die einzelnen Objekte stärker in den Blick: den Waren sind Preise zugeordnet, jedem Konto eine PIN,... Schule bis Klasse 8

Funktion nimmt die Veränderung stärker in den Blick: z.B. der Druck ist eine Funktion der Temperatur. „y ist eine Funktion von x“

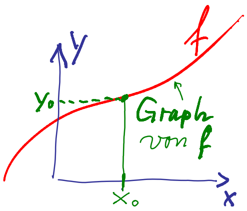
8

„y ist eine Funktion von x“

Wir betrachten nun erstmal den wichtigen Spezialfall, bei dem die reellen Zahlen in sich abgebildet werden.

$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$f: x \longrightarrow y = f(x)$



Stelle, Abszisse, x-Wert, Einsetzung, Argument
unabh. Variable

Wert
Ordinate
y-Wert,
Funktionswert
abhängige Variable

Die Funktion heißt **f**

9

Funktionsgleichung $f(x) = x^k$

Grundtyp Potenzfunktion

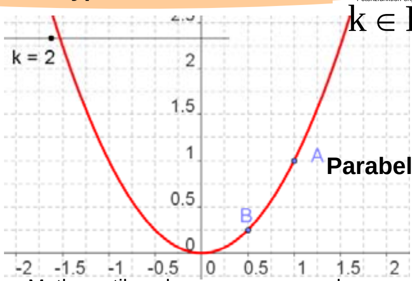
Potenzfunktion

Potenzfunktion enger

Hauptform:

$f(x) = x^2$

$k \in \mathbb{R}$



$k \in \mathbb{R}$

Parabel

GeoGebra, freies Mathematikwerkzeug, www.geogebra.org

10

Funktionsgleichung $f(x) = x^k$

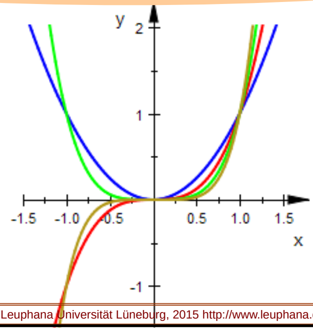
Grundtyp Potenzfunktion

Potenzfunktion

Potenzfunktion enger

Hauptform:

$k > 1$



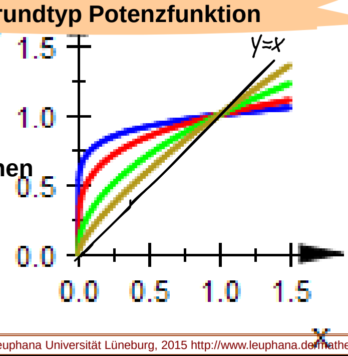
11

Funktionsgleichung $f(x) = x^k$

Grundtyp Potenzfunktion

$0 < k < 1$

Wurzelfunktionen

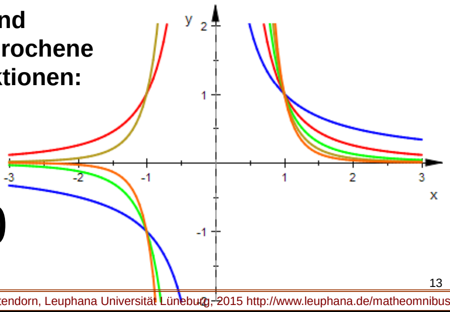


12

Funktionsgleichung $f(x) = x^k$

Grundtyp Potenzfunktion

Hyperbel und andere gebrochene Potenzfunktionen:



$k < 0$

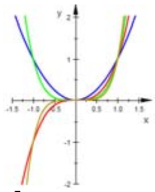
13

Funktionsgleichung $f(x) = x^k$

Grundtyp Potenzfunktion

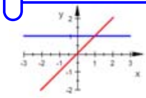
Hauptform: $f(x) = x^k$

Grundbausteine für Polynome



$k \in \mathrm{N}$

Alle GeoGebra-Dateien finden Sie in matheomnibus, in myStudy, in dieser *.ppt und im GeoGebra-Book



$k = 0; \quad k = 1$

GeoGebra

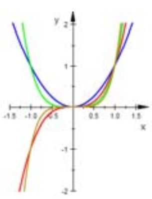
Potenzfunktion Potenzfunktion enger

14

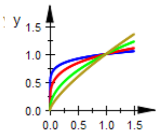
Funktionsgleichung $f(x) = x^k$

Grundtyp Potenzfunktion

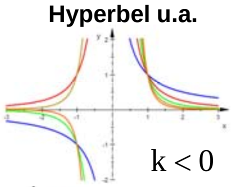
Hauptform: **Hyperbel u.a.**



$k \in \mathbb{N}$

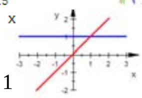


$0 < k < 1$



$k < 0$

GeoGebra



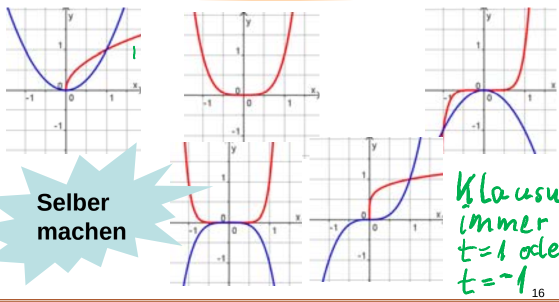
$k = 0; \quad k = 1$

Potenzfunktion Potenzfunktion enger

15

Funktionsgleichung $f(x) = t \cdot x^k$

Grundtyp Potenzfunktion



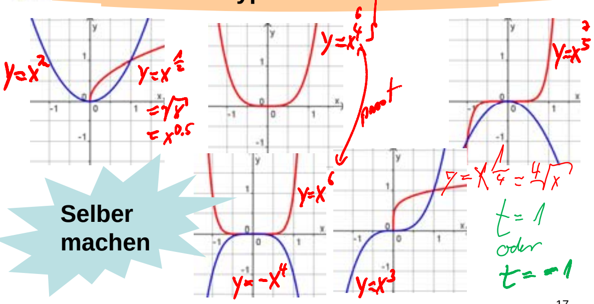
Selber machen

Klausur: immer $t=1$ oder $t=-1$

16

Funktionsgleichung $f(x) = t \cdot x^k$

Grundtyp Potenzfunktion



Selber machen

$y = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$

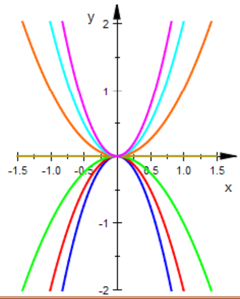
$t = 1$ oder $t = -1$

17

Funktionsgleichung $f(x) = t\ x^k$

Variationen in Lage und Form

Strecken, Stauchen, Spiegeln



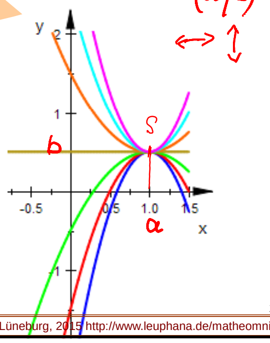
18

Funktions-Variation $f(x)=t(x-a)^k+b$

Variationen in Lage und Form

Der Scheitel S ist auf (a,b) verschoben

verschieben

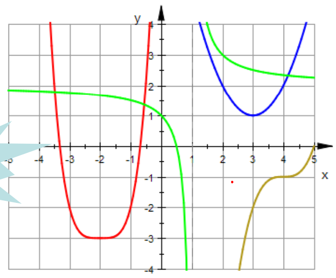


Funktionsgleichung $f(x)=\pm(x-a)^k+b$

Übung mit Potenzfunktionen

verschieben

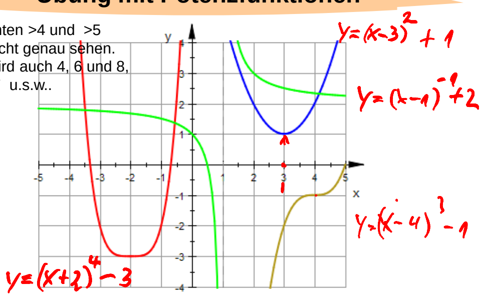
Selber machen



Funktionsgleichung $f(x)=\pm(x-a)^k+b$

Übung mit Potenzfunktionen

Die Exponenten >4 und >5 kann man nicht genau sehen. Akzeptiert wird auch 4, 6 und 8, bzw. 5 und 7 u.s.w..

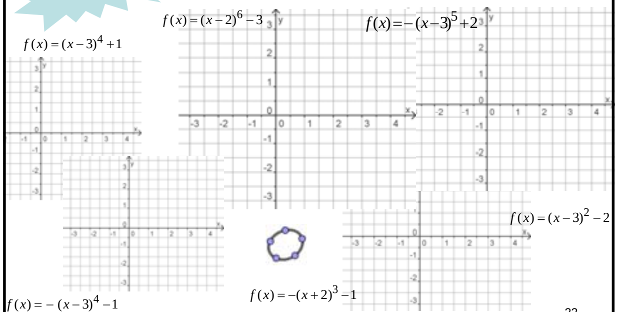


verschieben

Funktionsgleichung $f(x)=\pm(x-a)^k+b$

Selber machen

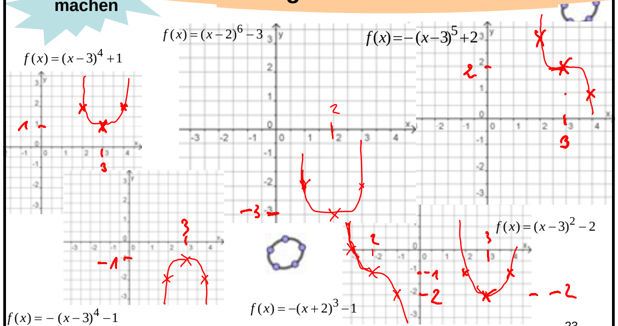
Übung mit Potenzfunktionen



Funktionsgleichung $f(x)=\pm(x-a)^k+b$

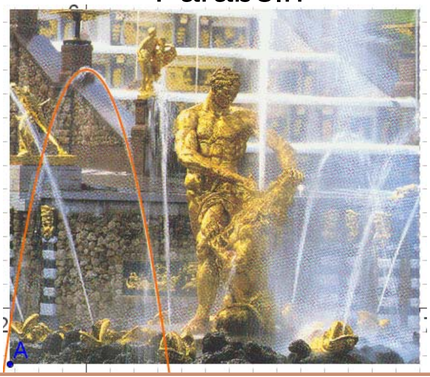
Selber machen

Übung mit Potenzfunktionen



Parabeln

Parabeln



26