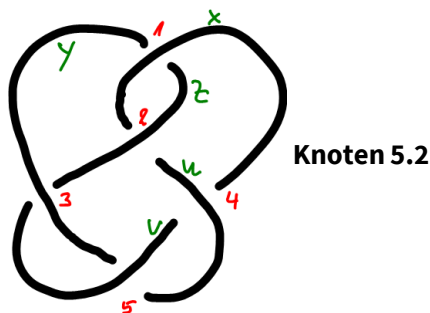


Färbbarkeit u. Alexanderpolynome von Knoten

www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 25.Feb.2014

p-Etikettierbarkeit, Bspl. Knoten 5.2



Färbbarkeitsbedingungen direkt

Wahl zulässiger p

Hier kann man mehrere p ausprobieren. Sinnvoll ist aber die Teiler der Determinante der reduzierten Färbbarkeitsmatrix (nächster Absatz) zu wählen

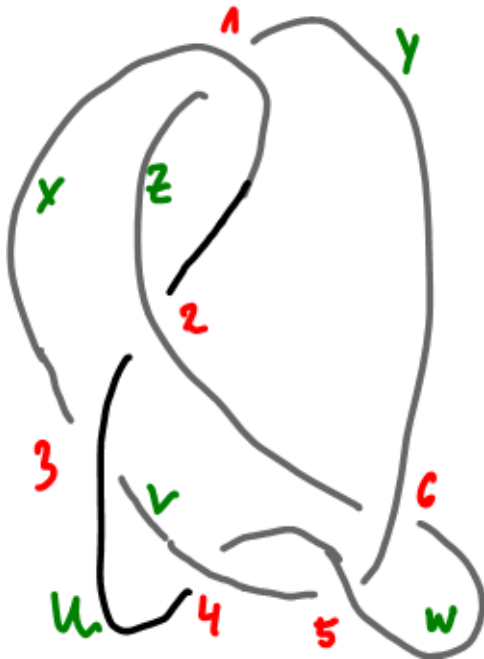
```

lo52 = Solve [ { 2 x - y - z == 0, -x + 2 z - u == 0, -z + 2 y - v == 0,
  [löse
    -x + 2 u - v == 0, -y + 2 v - u == 0 } /. v -> 0,
    {x, y, z, u, v}, Modulus -> 7]
  [Modulus
    { {x -> 2 C[2], y -> 6 C[2], z -> 5 C[2], u -> C[2], v -> C[1]} }

Mod [{x, y, z, u, v}, 7] /. (lo52 /. {C[1] -> 0, C[2] -> 1})
[Modulo
  { {2, 6, 5, 1, 0} }

Mod [{x, y, z, u, v}, 7] /. (lo52 /. {C[1] -> 0, C[2] -> 4})
[Modulo
  { {1, 3, 6, 4, 0} }
  
```


Sechser-Knoten 6.1



Färbbarkeitsmatrix von 6.1

$$\text{fm6} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fm6}]$$

|Determinant

$$\text{fmred6} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fmred6}]$$

|Determinante

9

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.

Hier ist die einzige Möglichkeit $p=3$

Also Knoten 6.1 ist dreifärbbar.

Färbbarkeitsbedingungen direkt für 6.1

```
lo = Solve[{2 x - y - z == 0, -x + 2 z - u == 0, -x + 2 u - v == 0, -u + 2 v - w == 0,
  |löse
  -y - v + 2 w == 0, -z + 2 y - w == 0}, Modulus -> 3]
```

```
Mod[{x, y, z, u, v, w}, 3] /. (lo /. {C[1] -> 1, C[2] -> 2})
|Modulo |Konstante |Konstante
```

Mod[{x, y, z, u, v, w}, 3] /. {1o /. {C[1] → 0, C[2] → 1}}

Modulo Konstante Konstante

Alexanderpolynom von Knoten 6.1 (Ur-Methode)

$$am = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & x & 0 & 0 & x \end{pmatrix}; \text{Det}[am]$$

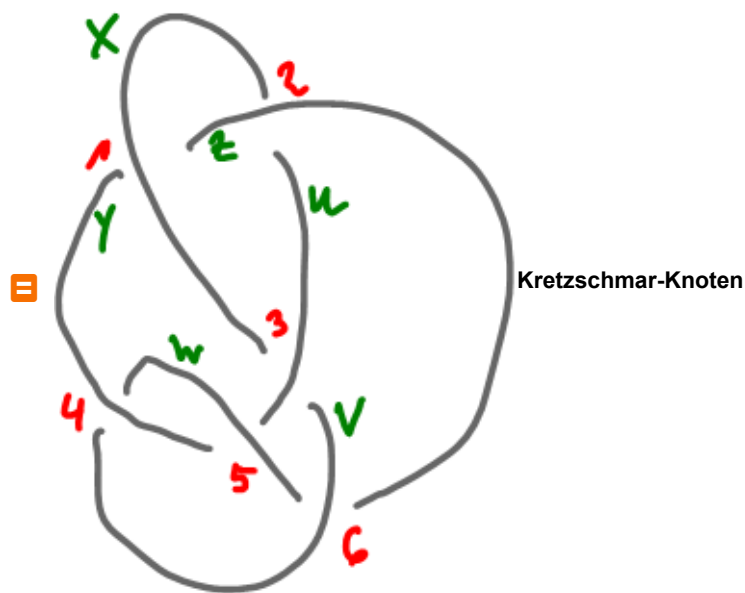
Determinant

- Expand[Factor[Det[am]] / x^2]

multipli... faktoris... Determinante

Dieses Alexanderpolynom hat auch der 9.46

Sechser-Knoten Kretzschmar, 6.3 aus Knotplot



Färbbarkeitsmatrix

$$fm6 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \text{Det}[fm6]$$

Determinant

0

$$\text{fmred6} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fmred6}]$$

[Determinante]

-13

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.
Hier ist die einzige Möglichkeit p=13

Färbbarkeitsbedingungen direkt

Alexanderpolynom für Kretzschmar-Knoten

$$\text{am} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x & 0 & 0 & 0 \\ x & 1 & 1 & 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x & 0 & x \\ 1 & 0 & 0 & 1 & x & x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & x \end{pmatrix};$$

Expand[**Det**[**am**] / **x**]

[multipli...][Determinante]

$$1 - 3x + 5x^2 - 3x^3 + x^4$$

Factor[**Det**[**am**]]

[faktoris...][Determinant]

$$x (1 - 3x + 5x^2 - 3x^3 + x^4)$$

Also kann der Kretzmar-Knoten nicht zu 6.1 isomorph sein.
Er hat aber dasselbe Alexanderpolynom 6.3. (Siehe unten)

Hauptmethode für Alexanderpolynom

$$\text{kret} = \begin{pmatrix} 1-t & t & -1 & 0 & 0 & 0 \\ t & 0 & 1-t & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1-t & t & 0 \\ 0 & 1-t & 0 & 0 & t & -1 \\ 0 & t & 0 & -1 & 0 & 1-t \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1-t & t \end{pmatrix};$$

$$\text{kretred} = \begin{pmatrix} 1-t & t & -1 & 0 & 0 \\ t & 0 & 1-t & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1-t & t \\ 0 & 1-t & 0 & 0 & t \\ 0 & t & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix};$$

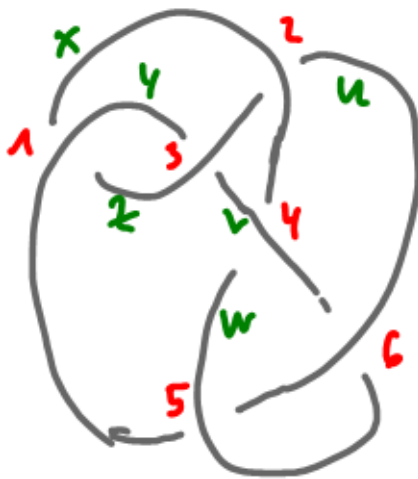
`Expand[Det[kretred] / t]`

[multipli...](#) [Determinante](#)

$$1 - 3t + 5t^2 - 3t^3 + t^4$$

Er hat aber dasselbe Alexanderpolynom 6.3. (Siehe unten)

Knoten 6.3 aus Livingston



Färbbarkeit direkt für 6.3

```
lo63 = Solve[{2 y - x - z == 0, 2 x - z - u == 0, -y + 2 z - v == 0, -x + 2 v - w == 0,
  löse
  -y + 2 w - u == 0, -v + 2 u - w == 0}, Modulus -> 13]
  Modulus
```

Der 6.3-Knoten ist 13-etikettierbar. eine der vielen Lösungen ist;
12,11,10, 1,9,6

```
Mod[{x, y, z, u, v, w}, 13] /. (lo63 /. {C[1] -> 12, C[2] -> 1})
  Modulo Konstante Konstante
```

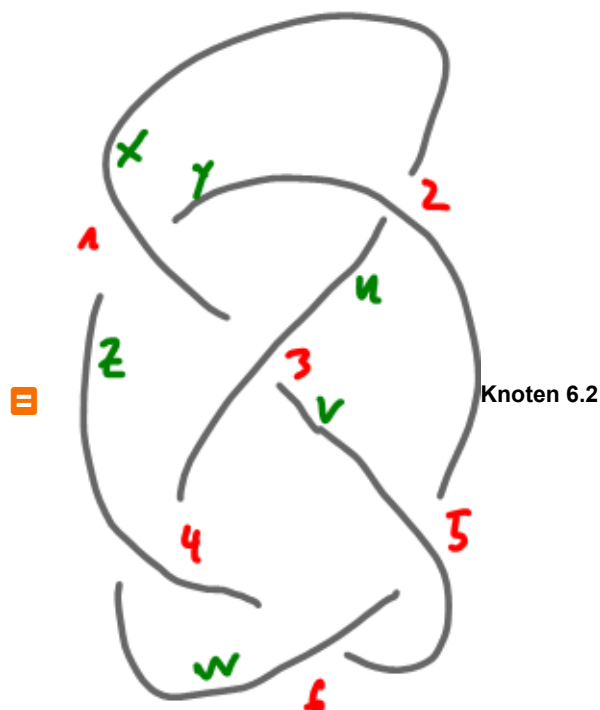
```
Mod[{x, y, z, u, v, w}, 13] /. (lo63 /. {C[1] -> 10, C[2] -> 11})
  Modulo Konstante Konstante
```

Also können der Kretzschmar-Knoten und der 6.3-Knoten übereinstimmen.

Das Alexanderpolynom von 6.3 ist laut Liste: $t^4 - 3t^3 + 5t^2 - 3t + 1$

Das ist auch das Alexanderpolynom des Kretzschmar-Knotens.

Knoten 6.2



Färbbarkeitsmatrix

$$fm6 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \text{Det}[fm6]$$

_Determinant

$$fmred6 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{Det}[fmred6]$$

_Determinante

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.
Hier ist die einzige Möglichkeit $p=11$

Direkte Lösung

Fazit

Der Knoten 6.2 hat mit dem Knoten 6.3 und dem Kretzmar-Knoten dasselbe Alexanderpolynom.
Aber 6.2 ist genau 11-etikettierbar und 6.3 ist genau 13 etikettierbar.

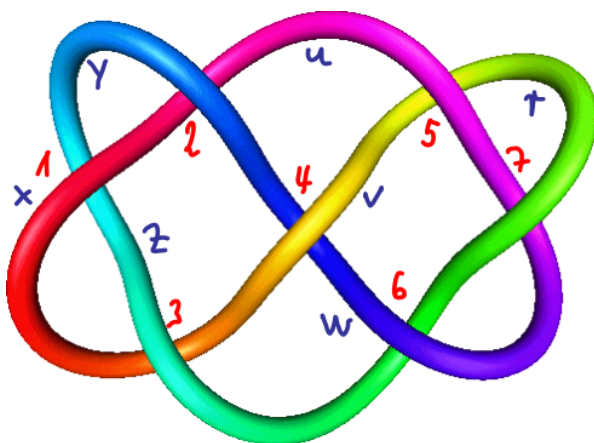
Der Kretzschmar-Knoten ist auch genau 13-etikettierbar. Damit kann der Kretzschmar-Knoten nicht 6.2 sein. Als Primknoten muss er mit einem der drei 6er Primknoten übereinstimmen. 6.1 kommt nicht infrage, denn 6.1

hat ein anderes Alexanderpolynom und ist 3-färbbar.

Daher muss der Kretzschmar-Knoten isomorph zum 6.3-Knoten sein.

Weitere Knoten

7.4



Färbbarkeitsmatrix von 7.4

$$\text{fm74} = \begin{pmatrix} \text{kr} & x & y & z & u & v & w & r \\ \mathbf{1} & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{2} & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & -1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \mathbf{4} & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ \mathbf{5} & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ \mathbf{6} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ \mathbf{7} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{fmred74} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fmred74}]$$

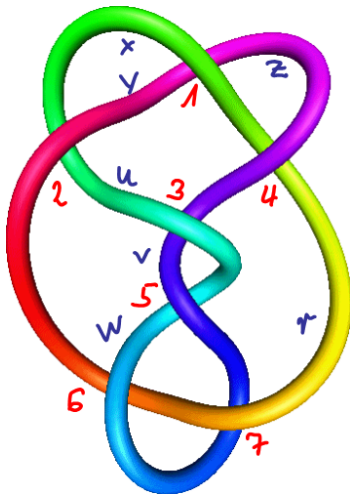
Determinante

-15

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.

Hier sind die Möglichkeiten p=3 und p=5

7.5



Färbbarkeitsmatrix von 7.4

$$\text{fm75} = \begin{pmatrix} \text{kr} & x & y & z & u & v & w & r \\ \mathbf{1} & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{2} & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ \mathbf{4} & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \mathbf{5} & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ \mathbf{6} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ \mathbf{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

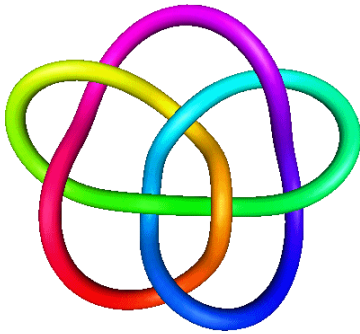
$$\text{fmred75} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fmred75}]$$

Determinante

-17

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.
 Hier sind die Möglichkeiten $p=17$

8.16



Fräbbarkeitsmatrix von 8.16

$$\text{fmred816} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fmred816}]$$

[Determinante](#)

35

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.
Hier sind die Möglichkeiten $p=5$ und $p=7$

Färbbarkeitsbedingungen direkt

```
lo816m5 = Solve[{-y + 2 x - z == 0, -x + 2 z - r == 0, -x + 2 u - s == 0, -u + 2 y - v == 0,
```

[löse](#)

```
-u + 2 r - w == 0, -v + 2 s - r == 0, -y + 2 v - w == 0, -z + 2 w - s == 0}, Modulus -> 5]
```

[Modulus](#)

```
Mod[{x, y, z, u, v, w, r, s}, 5] /. (lo816m5 /. {C[1] -> 1, C[2] -> 2, C[3] -> 3})
```

[Modulo](#) [Konstante](#) [Konstante](#) [Konstante](#)

```
lo816m7 = Solve[{-y + 2 x - z == 0, -x + 2 z - r == 0, -x + 2 u - s == 0, -u + 2 y - v == 0,
```

[löse](#)

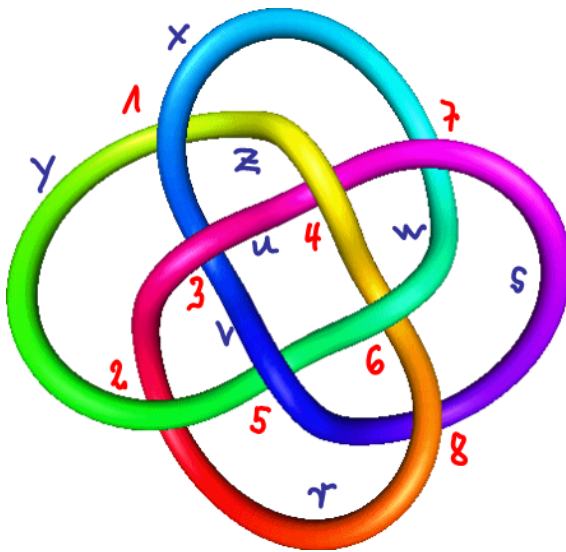
```
-u + 2 r - w == 0, -v + 2 s - r == 0, -y + 2 v - w == 0, -z + 2 w - s == 0}, Modulus -> 7]
```

[Modulus](#)

```
Mod[{x, y, z, u, v, w, r, s}, 7] /. (lo816m7 /. {C[1] -> 1, C[2] -> 2, C[3] -> 3})
```

[Modulo](#) [Konstante](#) [Konstante](#) [Konstante](#)

8.18



Fräbbarkeitsmatrix von 8.18

$$\text{fm818} = \begin{pmatrix} \text{kr} & x & y & z & u & v & w & r & s \\ 1 & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 7 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$\text{fmred818} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fmred818}]$$

[Determinante]

45

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.
Hier sind die Möglichkeiten $p=3$ und $p=5$

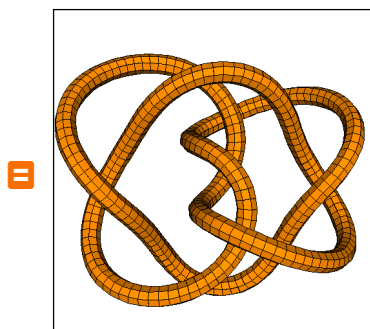
Färbbarkeitsbedingungen direkt nicht angepasst

```

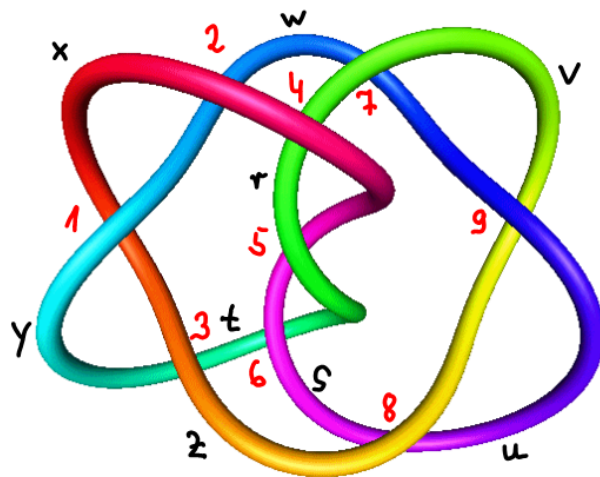
lo816m5 = Solve[{-y + 2 x - z == 0, -x + 2 z - r == 0, -x + 2 u - s == 0, -u + 2 y - v == 0,
  löse
  -u + 2 r - w == 0, -v + 2 s - r == 0, -y + 2 v - w == 0, -z + 2 w - s == 0}, Modulus -> 5]
Modulus
Mod[{x, y, z, u, v, w, r, s}, 5] /. (lo816m5 /. {C[1] -> 1, C[2] -> 2, C[3] -> 3})
Modulo
lo816m7 = Solve[{-y + 2 x - z == 0, -x + 2 z - r == 0, -x + 2 u - s == 0, -u + 2 y - v == 0,
  löse
  -u + 2 r - w == 0, -v + 2 s - r == 0, -y + 2 v - w == 0, -z + 2 w - s == 0}, Modulus -> 7]
Modulus
Mod[{x, y, z, u, v, w, r, s}, 7] /. (lo816m7 /. {C[1] -> 1, C[2] -> 2, C[3] -> 3})
Modulo

```

Neuner-Knoten 9.46



Knoten 9.46



Färbbarkeitsmatrix von 9.46

$$\text{fm946} = \begin{pmatrix} \text{kr} & x & y & z & u & v & w & r & s & t \\ \text{1} & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{2} & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{3} & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \text{4} & 2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \text{5} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ \text{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ \text{7} & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{8} & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \text{9} & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fm946}]$$

Determinante

$$\text{fmred946} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{fmred946}]$$

[Determinante]

- 9

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.
Hier ist die Möglichkeiten $p=3$.

Färbbarkeitsbedingungen direkt (nicht angepasst)

```
lo946m5 = Solve[{-y + 2 x - z == 0, -x + 2 z - r == 0, -x + 2 u - s == 0, -u + 2 y - v == 0,
  [Löse]
  -u + 2 r - w == 0, -v + 2 s - r == 0, -y + 2 v - w == 0, -z + 2 w - s == 0}, Modulus -> 5]
  [Modulus]
```

```
Mod[{x, y, z, u, v, w, r, s}, 5] /. (lo816m5 /. {C[1] -> 1, C[2] -> 2, C[3] -> 3})
  [Modulo] [Konstante] [Konstante] [Konstante]
```

```
lo816m7 = Solve[{-y + 2 x - z == 0, -x + 2 z - r == 0, -x + 2 u - s == 0, -u + 2 y - v == 0,
  [Löse]
  -u + 2 r - w == 0, -v + 2 s - r == 0, -y + 2 v - w == 0, -z + 2 w - s == 0}, Modulus -> 7]
  [Modulus]
```

```
Mod[{x, y, z, u, v, w, r, s}, 7] /. (lo816m7 /. {C[1] -> 1, C[2] -> 2, C[3] -> 3})
  [Modulo] [Konstante] [Konstante] [Konstante]
```

Alexanderpolynom von 9.46

$$\text{am} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & x & 0 & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 1 & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 & x & 1 & 0 & 0 & 0 & x \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{am}]$$

[Determinante]

$$2x^3 - 5x^4 + 2x^5$$

```
Expand[Factor[Det[am]] / x^3]
  [multipli... [faktoris... [Determinante]
```

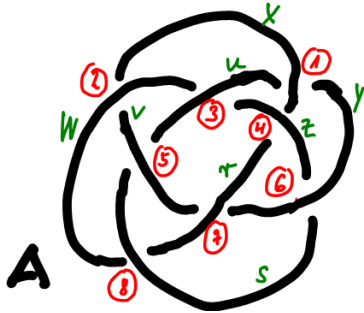
$$2 - 5x + 2x^2$$

Dieses ist auch das Alexanderpolynom von 6.1. Bei Untersuchung der Farbbarkeit kann sich klären, dass 9.46 nicht isomorph zu 6.1. (Klar, dass das wahr ist, denn sie stehen ja in den Primknotenlisten.)

Also kann der Kretschmar-Knoten weder zu 9,46 noch zu 6.1 isomorph sein.

Er hat aber dasselbe Alexanderpolynom 6.3. . Er ist ja auch 6.3 nach der Liste von Knotplot (Siehe unten)

8.18- Knoten p-Etikettierbarkeit



Färbbarkeitsmatrix

$$fm818 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \text{Det}[fm818]$$

[Determinante](#)

0

$$fmred818 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{Det}[fmred818]$$

[Determinante](#)

45

Nur die Primteiler dieser Determinante kommen für die p-Etikettierbarkeit infrage.
Hier sind die Möglichkeiten p=3 und p=5

Färbbarkeitsbedingungen direkt, mit Untersuchung p, pq,...

Alexanderpolynom 8.18, Ur-Methode

Bei Unterkreuzung links markieren , Eppe Seite 5f

$$\text{am8r18} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & x & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & x & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 & 0 & x & 1 \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; -\text{Det}[\text{am8r18}]$$

[Determinante]

$$1 - 5x + 10x^2 - 13x^3 + 10x^4 - 5x^5 + x^6$$

Dies ist das richtige Alexanderpolynom von 8.18

Alexanderpolynom 8.18, falsche Methoden

Bei Überkreuzung rechts markieren

$$\text{am818} = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 & 1 & x & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & 1 \\ 0 & x & 1 & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 1 & 0 & 0 & x & 1 \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 0 & x & 0 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{am818}]$$

[Determinante]

$$x - 4x^2 + 5x^3 - 5x^4 + 2x^6 - x^7$$

`Expand[Factor[Det[am818]]/x]`

[multipli... [faktoris... [Determinante]

$$1 - 4x + 5x^2 - 5x^3 + 2x^5 - x^6$$

Dieses ist kein Alexanderpolynom bis 9.49

Alexanderpolynom 8.18, zweite falsche Methode

Bei Überkreuzung dahinter markieren

$$\text{am8p18} = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & x & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & x & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x & 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 & 0 & x & 1 \\ 0 & 0 & x & 1 & 0 & 0 & x & 0 \end{pmatrix}; \text{Det}[\text{am8p18}]$$

[Determinante]

$$x(1 - 2x + 4x^2 - 8x^3 + 14x^4 - 12x^5 + 4x^6)$$

```
Expand[Factor[Det[am8p18]] / x]
[multipli...[faktoris...[Determinante
```

$$1 - 2x + 4x^2 - 8x^3 + 14x^4 - 12x^5 + 4x^6$$

Dieses ist kein Alexanderpolynom bis 9.49

Alexanderpolynom 8.18, Polynom- Methode

,Livingston

$$\text{aliv8p18} = \begin{pmatrix} 1-t & t & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t & 0 & 0 & 0 & -1 & 1-t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-t & 0 & t & 0 & 0 \\ t & 0 & 1-t & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-t & 0 & 0 & t \\ 0 & 1-t & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & t \\ 0 & t & 0 & 0 & -1 & 0 & 1-t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t & -1 & 1-t \end{pmatrix};$$

```
Det[aliv8p18]
```

```
[Determinante
```

```
0
```

$$\text{aliv8p18red} = \begin{pmatrix} 1-t & t & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ t & 0 & 0 & 0 & -1 & 1-t & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-t & 0 & t & 0 \\ t & 0 & 1-t & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-t & 0 & 0 \\ 0 & 1-t & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t & 0 & 0 & -1 & 0 & 1-t \end{pmatrix}; \text{Expand}[\text{Det}[\text{aliv8p18red}] / t]$$

```
[multipli...[Determinante
```

$$-1 + 5t - 10t^2 + 13t^3 - 10t^4 + 5t^5 - t^6$$

Dies ist das richtige Alexanderpolynom von 8.18

Andere Zeilen und Spalten gestrichen

Beweis p-Eikettierbar Reidemeister 3

```
Solve[{
```

```
[löse
```

$$2z - x - v == 0, 2z - y - w == 0, 2v - u - w == 0, 2x - y - t == 0, 2z - u - t == 0, 2z - x - v == 0}]$$

$$\{ \{ u \rightarrow -2x + y + 2z, v \rightarrow -x + 2z, w \rightarrow -y + 2z, t \rightarrow 2x - y \} \}$$