

■ Parabeln durch 4 Punkte

Es wird sich zeigen: statt einer Parabel kann als singulärer Fall ein Paar paralleler Geraden entstehen.



Siehe Buch *Höhere Mathematik sehen und verstehen* Abb. 2.43 e

● Versuch mit Punkten auf der Standardparabel

$$A = \{-1, 1\}; B = \{1, 1\}; DD = \{2, 4\}; EE = \{3, 9\};$$

$$p[\{x_, y_ \}] := a x^2 + 2 b x y + c y^2 + 2 d x + 2 e y + f$$

$$eq = \{p[A] == 0, p[B] == 0, p[DD] == 0, p[EE] == 0, a c - b^2 == 0\}$$

$$\{a - 2 b + c - 2 d + 2 e + f == 0, a + 2 b + c + 2 d + 2 e + f == 0,$$

$$4 a + 16 b + 16 c + 4 d + 8 e + f == 0, 9 a + 54 b + 81 c + 6 d + 18 e + f == 0, -b^2 + a c == 0\}$$

$$sol = \text{Solve}[eq]$$

[löse](#)

$$\left\{ \left\{ d \rightarrow 0, e \rightarrow -\frac{a}{2}, f \rightarrow 0, c \rightarrow 0, b \rightarrow 0 \right\}, \left\{ d \rightarrow -b, e \rightarrow \frac{b}{4}, f \rightarrow \frac{12 b}{5}, a \rightarrow -\frac{5 b}{2}, c \rightarrow -\frac{2 b}{5} \right\} \right\}$$

$$para = p[\{x, y\}] /. sol /. \{a \rightarrow 1, b \rightarrow 10\}$$

$$\{x^2 - y, 24 - 20 x - 25 x^2 + 5 y + 20 x y - 4 y^2\}$$

$$\text{Thread}[para == 0]$$

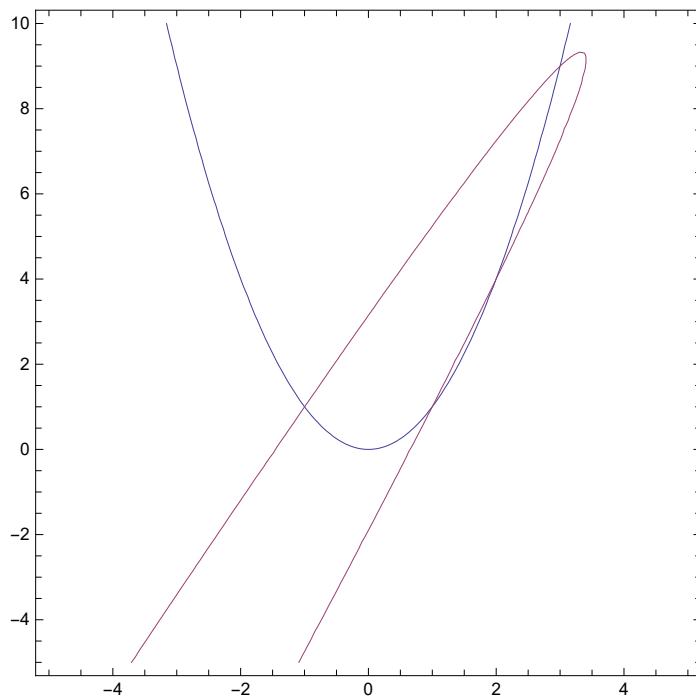
[fädle auf](#)

$$\{x^2 - y == 0, 24 - 20 x - 25 x^2 + 5 y + 20 x y - 4 y^2 == 0\}$$

```
ContourPlot[Thread[para == 0] // Evaluate, {x, -5, 5}, {y, -5, 10}]
```

[Konturgraphik](#) [fädle auf](#)

[werte aus](#)



- Versuch mit Punkten auf der Standardparabel, aber symmetrisch
- Versuch mit Punkten auf einem Quadrat
- Versuch mit Punkten, drei auf einer Geraden
- Versuch mit Punkten auf einer Raute
- Versuch mit Punkten auf einem Drachen

```
A = {-2, 0}; B = {2, 0}; DD = {0, -1}; EE = {0, 5};
```

```
p[{x_, y_}] := a x^2 + 2 b x y + c y^2 + 2 d x + 2 e y + f
```

```
eq = {p[A] == 0, p[B] == 0, p[DD] == 0, p[EE] == 0, a c - b^2 == 0}
```

```
{4 a - 4 d + f == 0, 4 a + 4 d + f == 0, c - 2 e + f == 0, 25 c + 10 e + f == 0, -b^2 + a c == 0}
```

```
sol = Solve[eq]
```

[löse](#)

```
{ {d -> 0, e -> -2 c, b -> -\frac{\sqrt{5} c}{2}, f -> -5 c, a -> \frac{5 c}{4}},
```

```
{d -> 0, e -> -2 c, b -> \frac{\sqrt{5} c}{2}, f -> -5 c, a -> \frac{5 c}{4}} }
```

```
para = p[{x, y}] /. sol /. {a -> 1, c -> 4}
```

```
{-20 + 5 x^2 - 16 y - 4 \sqrt{5} x y + 4 y^2, -20 + 5 x^2 - 16 y + 4 \sqrt{5} x y + 4 y^2}
```

```
Thread[para == 0]
```

```
[fädle auf
```

$$\left\{-5 + \frac{5x^2}{4} - 4y - \sqrt{5}xy + y^2 == 0, -5 + \frac{5x^2}{4} - 4y + \sqrt{5}xy + y^2 == 0\right\}$$

```
ContourPlot[Thread[para == 0] // Evaluate, {x, -5, 5}, {y, -2, 8}]
```

```
[Konturgraphik
```

```
[fädle auf
```

```
[werte aus
```

