

Vorwort zur ersten Auflage

Mathematik ist eine geistige Leistung der Menschheit, seit mehr als 2000 Jahren der **Wahrheit** und der Logik verpflichtet. Dabei hat sie bis heute eine Sprache eigener Art gefunden, in der **Klarheit und Eindeutigkeit** die Formulierung von **Beweisen** ermöglichen. Ein bewiesener **mathematischer Satz** ist in aller Zukunft wahr. Die große Vielzahl der Fragestellungen wird durch die Einführung von strukturierenden Begriffen und übergreifenden Konzepten gebändigt.

Lehrende der Mathematik wissen um die große Kluft, die sich zwischen dieser „höheren“ Mathematik und den schulischen mathematischen Erfahrungen auftut. Für einen erfolgreichen Weg in diese Welt sind für die Lernenden zentral:

1. **Erfahrung von Sinnhaftigkeit und Anwendungen**
2. **Visuelle Unterstützung und eigenes Handeln**
3. **Behutsame Entwicklung der Beweisgedanken**
4. **Herausarbeiten der wesentlichen Elemente eines Gebietes**

Die ersten beiden Punkte sind, bezogen auf viele Themen der Mathematik, schon in dem Buch: „**Mathematik sehen und verstehen**“ auf grundlegendem Niveau dargeboten. Daher wagen wir es nun, auch die anderen Punkte zusammen mit der Fundierung durch solides mathematisches Handwerk zu verfolgen. In bewährter Weise machen wir Ihnen alle **GeoGebra**-Dateien, die den über 360 farbigen Bildern zugrunde liegen, auf der frei verfügbaren Website www.mathematik-sehen-und-verstehen.de zugänglich. Diese Site für das oben genannte Buch bekommt für das vorliegende Buch eine „zweite Säule“, dazu noch mit Erläuterungen und Ergänzungen.

So wird das **Begreifen** der **Begriffe** durch eigenes **Eingreifen** in die Zusammenhänge möglich.

Wir als langjährig tätige Hochschullehrer für Mathematik und Informatik, sowie Physik und Mechanik, haben immer wieder die Erfahrung machen können, dass das mathematische Verständnis, das Entdecken und das Erforschen von Zusammenhängen durch starke visuelle Unterstützung nicht nur gefördert wird, sondern wiederum zu weiteren Untersuchungen motiviert – insgesamt also eine didaktisch-mathematische Motivationspirale darstellt.

Thematisch mussten wir uns auf fünf große Themen der Mathematiklehre an Universitäten und Hochschulen für angewandte Wissenschaften beschränken.

Analysis 2D Lineare Algebra Analysis 3D
Differentialgleichungen Numerik

Für die fehlende **Stochastik** können wir auf das erste Buch verweisen, in dem dieses Gebiet als oft erprobter **umfassender Lehrgang** konzipiert ist.

Im Kapitel **Geometrie und Werkzeuge** haben wir wichtige geometrische Zusammenhänge gesammelt, die den Erklärungsfluss sonst zu stark unterbrochen hätten. Das frei verfügbare **Werkzeug GeoGebra** und einige Alternativen werden hier vorgestellt.

Unser **Schwerpunkt** liegt nicht auf möglichst vollständiger Darstellung aller Themenbereiche, sondern auf Zusammenhängen und deren Visualisierung, die in der Hochschullehre meist nur formal oder knapp vorkommen. Wir behandeln unsere Themen durchaus in mathematischer Tiefe und Strenge, Beweise aber sollen Einsichten ermöglichen und nicht durch übergroße Detailgenauigkeit vom Wesentlichen ablenken. Auf umfangreiche Sammlungen von Rechenbeispielen verzichten wir und haben uns stattdessen auf lehrreiche, interessante Beispiele konzentriert, die die Kerngedanken sichtbar werden lassen. Es gibt deshalb auch keine „Aufgabenplantagen“, aber eine Reihe von Anregungen zu eigenem Weiterarbeiten.

Wir hoffen, dass die Studierenden aller Studiengänge mit diesem Buch Freude am mathematischen klaren Denken entwickeln und sich ein Stück Mathematik **zu eigen machen** können. Auch andere interessierte Menschen, z.B. Lehrende, werden so manche nie gesehene Visualisierung, unübliche Beweise und Übersichten finden.

Wir danken dem Verlag Springer Nature, insbesondere Herrn Dr. A. Rüdinger, für die Ermunterung, ein solches Werk mit dem Einsatz von GeoGebra für die Hochschulmathematik zu schreiben.

Lüneburg, Oktober 2020

Dörte Haftendorn, Dieter Riebesehl, Hubert Dammer

Vorwort zur zweiten Auflage

Neben Fehlerkorrekturen, einigen Ergänzungen und kleineren Verbesserungen im Layout haben wir in der zweiten Auflage die Gelegenheit genutzt, neue Themen hinzuzufügen und einige vorhandene Inhalte ausführlicher zu behandeln. Die wichtigsten Neuerungen sind eine Betrachtung der partiellen DGLn 1. Ordnung sowie der Unterscheidung der PDGLn 2. Ordnung in solche vom elliptischen, parabolischen und hyperbolischen Typ, die Aufnahme der Singulärwertzerlegung von Matrizen sowie reichliche und interessante Anwendungen der NURBS für Animationen und Metamorphosen von Kurven. Die bewährte Unterstützung durch zahlreiche Abbildungen und interaktives Material auf der Website haben wir beibehalten und außerdem zahlreiche neue Aufgaben und Anregungen für eigenes Tun hinzugefügt.

Lüneburg, April 2024

Dörte Haftendorn, Dieter Riebesehl, Hubert Dammer