

# Sachverzeichnis

- Abbildung
  - affine geometrische  $\sim$ en, 196
  - bijektiv, 197, 291
  - Drehung, Spiegelung, 194
  - injektiv, 196, 209
  - involutorische  $\sim$ , 222
  - lineare  $\sim$ , *siehe* linear
    - Kern, **179**, 204, 208
  - Linearitätsbeweis, 194
  - Matrix einer linearen  $\sim$ , **205**
  - Scherung, 194, **209**, 434
  - surjektiv, 197, 209
  - Treueversprechen von  $\sim$ en, 196
- Abel, Niels Henrik, 133
- Absgeschlossenheit, 132, 136, 169
- Ableitung, 53
  - $\sim$ sregeln, 54
  - gemischt, 265
  - partiell, **251**, 254, 265
  - von Polarkoordinaten, 57
  - Richtungs $\sim$ , 256–258
  - totale  $\sim$ , 262, 453
  - Übersicht**  $\sim$ en, 56
- Abnahme, exponentielle, 14
- Abszisse, 27
- achsensymmetrisch, 115
- Additionstheoreme, 10, 119, 195
- Adjunkte, *siehe* Matrix, adjungierte  $\sim$
- Ägypter, 4, 391
- Affenkasten, 37, 41, 79
- affiner Unterraum, **153**
- Airy-Funktion, 462
- algebraisch
  - $\sim$ e Raumlflächen, 478
    - Software: Surfer, 478
  - $\sim$ e Struktur, 132, 135
  - $\sim$ e Zahlen, 134
  - $\sim$ er Körper, 134, 171
- Algorithmus, 387
  - Kondition, 388, 399
  - Stabilität, 388, 390
- Amplitude, 119
  - $\sim$ ndichte,  $\sim$ nspektrum, 124, 125
- Analysis
  - Flächenberechnung, 83, 84
  - Steigung und Ableitung, 59
- Anfangswertproblem, *siehe* DGL, AWP
- Animation, 416, 417, 431
- Anregungen, 9, 33, 78–80, 110, 120, 173, 200, 203, 216, 233, 234, 315, 322, 324, 337, 358, 397, 419, 422, 424
- Anschauung, 11
- Anschauungsraum, 137
- Apfelmännchen, 17
- Approximation, 94, 250, 259, 292
  - durch eine Parabel, 216
  - Güte der  $\sim$ , 98
- Archimedes
  - Berechnung von  $\pi$ , 388
  - Parabelausschöpfung, 431
  - Spirale des  $\sim$ , 69, 88
- Arg, 7, 50
- Argument, 6, 50
- Arkustangens, 50
- Assoziativgesetz, 132, 136, 169, 170
- Asymptote, 13, 19, 39, **66**, 94, 108, 317, 449
- Attraktor, 17
- Aufgaben, *siehe* Anregungen
- Aufpunkt, 155, 158, 159
- Ausdruck
  - unbestimmter, 105
  - Typ, 109
- Auslöschung und Genauigkeitsverlust, 390, 442, 458
- Automorphismus, 196
- Axiome,  $\sim$ nsystem, 131
  - $\sim$  Gruppe, 133, 136
  - $\sim$  Gruppe  $(V, +)$ , grafisch, 137
  - $\sim$  Körper, 134
  - $\sim$  Norm, 145
  - $\sim$  Skalarprodukt, 143, 144
  - $\sim$  Vektorraum, 135–136, 139
- $\mathbb{B}$ , Bruchzahlen, 3, 133, 134
- B-Spline, 413–416
  - Gewichte, 418, 428
  - nicht uniform, 427
  - uniform, 416
- Babylonier, 3, 4, 387
- Basis
  - $\sim$  und Dimension im VR, 150
  - $\sim$ funktionen
    - $\sim$  für B-Spline, 151
    - $\sim$  für kubischen Spline, 404
  - $\sim$ wechsel, 155, **200**, 203, 222, 226, 231
  - $\sim$  in Funktionenräumen, 150–151
  - kanonische  $\sim$ , Standard $\sim$ , 140, 142
- Bernoulli, Johann I., 105
  - $\sim$ 'sche Lemniskate, 426
- Bernstein, Leonid, 408, *siehe auch* Polynom
- Beschränktheit, 15, **17**, 64
- Besselfunktion, 19, 461
- Bézier, Pierre Étienne
  - $\sim$ fläche, 411
  - $\sim$ kurve, 411
  - $\sim$ spline, 407, 410, 412
    - Krümmung, 410
    - Steuerpunkt, 407
- Biegespannung, 403

- Bisektion, 391
- Blackbox-Whitebox, 235
- Bogenelement, 68, 87
- Bogenlänge, 38, 69, 87
- Brennpunkt, 47
- Bruchzahlen, 3
- Bézier, Pierre Étienne
  - Gerüst, 407
- Bézier-Spline
  - gebrochen-rational, 418
- $C^\infty$ , 99
- $\mathbb{C}$ , komplexe Zahlen, 4, 133, 134
- $\mathcal{C}, \mathcal{C}_I$ , stetige Funktionen, 77, 142, 148
- Cantor, Georg, 6
- Capella, 410
- CAS, 5, 7, 33, 35, 344
  - GeoGebra, 477
  - Mathematica, 478
  - Taschenrechner,  $\sim$ -Handheld, 478
- Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung, 145
- Chemie, 15
- chord.wav*, 110
- Computer-Algebra-System, *siehe* CAS
- Cosekans, 33
- Cosinussatz, 146, 473
- Cotangens, 33
- Cramer'sche Regel, 185
- Darstellende Geometrie, 473
- Darstellung
  - axonometrisch und isometrisch, 204
  - explizit, 27
  - implizit, 27
  - kartesisch, 26, 46
    - parametrisch, *siehe* Parameter $\sim$
  - Kavalierperspektive, 204
  - polar, 28, 48
- Definitionsbereich, 27, 40
- Descartes, René, 26
- Determinante, 172
  - Entwicklung der  $\sim$ , 182
  - l.u. und l.a. Entscheidung, 186
  - orientierte Fläche, Volumen, 186
  - Sarrus'sche Regel für  $\sim 3 \times 3$ , 183
- DGL, 37
  - Anfangswerte, 320, 332
  - autonom, 324, 354
  - AWP, 325
  - Basislösung, 357
  - Eulerverfahren, 451, 459, 466
    - modifiziertes  $\sim$ , 457
  - explizite, 312, 316
  - Grad, 312
  - Heunverfahren, 454, 464
  - implizite, 312
  - implizite Verfahren, 463, 465
  - Kepler-basiertes Verfahren, 459
  - leapfrog*-Verfahren, 465
  - lineare, 316, 328
    - homogen, 328, **333**, 354
    - inhomogen, 328, **339**, 362
    - mit konstanten Koeffizienten, 331
  - Lösung, 311
  - Lösungsraum, 328, 339
  - logistische, 316
  - Lösung
    - allgemeine, 355
    - Bausteine, 338, 355
    - Eindeutigkeit, 327, 353
    - partielle, 362
    - singuläre, 348
    - spezielle, 316, 333
    - stabil/instabil, 316, 318, 449
  - Mehrschrittverfahren, 464
  - partielle, 367
    - Cauchy-Anfangsbedingungen, 375
    - Charakteristik, 375, 376, 380
    - Dirichlet-Bedingungen, 384
    - elliptisch, 381, 383
    - hyperbolisch, 381, 382
    - Maximumprinzip, 383, 386
    - parabolisch, 381, 385
    - quasi-lineare, 372
  - Prädiktor-Korrektor, 464
  - Randbedingung, 325, 369, 371
  - Runge-Kutta-Verfahren, 460
  - Schrittweitensteuerung, 467
  - Stabilität, Steifheit, 466, 467
  - Substitution, 314
  - Systeme von  $\sim n$ , 324, 350, 465
    - nichtlineare, 363
  - Trennung der Variablen, 314
- Diagonalisierung, 225
- Dichtungsring, 93
- Differential, 307
  - totales  $\sim$ , 263
- Differentialgleichung, *siehe* DGL
- Differentialquotient, 53, 307
- Differenzenquotient, 53, 65
- Dimension, 150, 165, 179
  - $\sim$ sformel für lineare Abbildungen, 197, 209
  - affiner Unterräume, 153
  - Vektorraum, 150
  - von Hyperebenen, 155
- DIN-Norm, 2
- Distributivgesetz, 134, 136, 169, 170
  - $\sim$ e der Vektorpfeile, grafisch, 138
- Drehimpuls, 236
- Drehmoment, 187
- Drei-Achtel-Regel, 442
- Drei-Tafel-Projektion, 210, 473
- Dreieck, besondere Punkte, 469
- Dreiecksungleichung, 145
- Ebene
  - affine  $\sim$  im  $\mathbb{R}^m$ , 154

- Hyper~, 154, 156
- Eigenraum, 208, 209, 224
- Eigenvektoren von Matrizen, 206, 277
  - zur Diagonalisierung, 223
- Eigenwerte von Matrizen, 206, 278, 283
  - Polynom zur Bestimmung der  $\sim$ e, 223
- Einheitskreis, 10, 11, 38, 39
- Einheitswurzeln, 9
- Einsertstelle, 42
- Einsetz-Methode, 334
- Einsmatrix, 169
- Elektrotechnik, 7
- Element
  - $\sim$ e von Matrizen, 166
  - negatives  $\sim$ , inverses  $\sim$ , Kehrwert, 133, 172
  - neutrales  $\sim$ , Null $\sim$ , Eins $\sim$ , 133, 141, 166, 169
- Elimination, **28**
  - mit Mathematica, 478
- Ellipse, 84, **92**, 221, 231, 294, 356, 429, *siehe auch*
  - Quadrik
- Ellipsoid, 92, 221, 242, 243, *siehe auch*
  - Quadrik
- Endomorphismus, 196
- Energiepotential, 272, 273
- Epidemie, 363
- Erkundung
  - von Kegelschnitten, 235
  - von NURBS, 422
  - von Polynomen, 78, 79
  - von Richtungsfeldern, 315
- Ersatzfunktion, 97, 391, 392
- Escher, M. C., 416
- Euklid
  - $\sim$ ischer Vektorraum, 143, *siehe auch*
    - Vektorraum
  - Höhen- und Kathetensatz, 472
- Euler, Leonhard, 23
  - $\sim$ 'sche Formel, 7, 10, 47, 119, **345**
  - $\sim$ 'sche Zahl  $e$ , 5
- Eulerkasten, 81
- Evolute, 70
- Excel, 389, 399
  - Unterlauf, 390
- experimentieren, 245
- Extremum, 61, 102
  - globales  $\sim$ , 62
  - lokales  $\sim$ , 62, 70, 277
  - mehrere Veränderliche, 274, 278
  - mit Nebenbedingung, 279, 283
- Exzentrizität, numerische, 86
  
- Fahrstrahl, 85
- Falk'sches Schema, 168
- fast überall, 29
- Fehler, 387
  - absoluter  $\sim$ , relativer  $\sim$ , 388
  - Verfahrens $\sim$ , Rundungs $\sim$ , Mess $\sim$ , 388
- Fehlerabschätzung, 441
- Fehlerfortpflanzung, 388
- Fehlerordnung, **440**, 442, 443, 452, 453, 455
- Fenster, gekoppelte, 14, 319, 321, 322, 393, **396**
- Fibonaccifolge, 15
- Fixgerade, 362
  - $\sim$  vs. Fixpunktgerade, 207
- Fixpunkt, 15, 207, **358**, 362, 365
  - stabil/instabil, 360
- Fluchtkreis, 18
- Flussbilanz, 295, 302
- Fläche von Vielecken, 186, 189
- Flächenbilanz, 75
- Flächenelement, 84, 85
- Folge, 11
  - $\sim$  von Fibonacci, 15
  - $\sim$ npunkte, 11, 14
  - arithmetische  $\sim$ , 20
  - divergent, 12, 18
    - streng  $\sim$ , 12
  - geometrische  $\sim$ , 15, **19**
  - Häufungswert, 12
  - rekursiv, 14, 17
  - streng rekursiv, 14
  - Teilsommen $\sim$ , 23
  - tragende Funktion, 11
- Formel
  - binomische  $\sim$ , 9, 54, 343, 351
  - Euler'sche  $\sim$ , 345, *siehe auch* Euler
- Formparameter, 58
- Fortsetzung, stetige, **43**, 53, 109
- Fourier-Transformation, 123, 126
  - Umkehrformel, 126
- Fourierreihe, 24, 110, 112, 113, 372
  - Koeffizienten, 117
  - komplexe  $\sim$ , 120
  - Konvergenz, 120
  - Periode, 123
- Fraktal, IFS- $\sim$ ,  $\sim$ er Regen, 16
- Frequenz, 110
  - Grund $\sim$ , Oberton, 111
  - Oberton, 111
- Fubini, Satz von, 287, 296
- Fundamentalsatz der Algebra, **34**, 208, 334
- Funktion
  - $\sim$ en addieren, strecken, verschieben, 40
  - $\sim$ en-Bauhof, 40
  - $\sim$ enraum, 113, 141, 143
  - $\sim$ sgraph, 248
  - analytisch, 16, 24, 99, 376
  - Arcus $\sim$ , 38, 39
  - Area $\sim$ , 38
  - Differenz $\sim$ , 78
  - differenzierbar, 53, 250
    - stetig  $\sim$ , 65, 252
    - stückweise stetig  $\sim$ , 121
  - elementar, 40, 56
  - explizit, 28
  - Exponential $\sim$ , 31, 32, 97

- Eulerkasten, 80
  - gebrochen-rational, 44, 417
  - gerade, 118
  - harmonisch, 384
  - hyperbolische  $\sim$ , 37, 314
  - identisch null, 141, 151, 334
  - Logarithmus $\sim$ , 31
  - oszillierend, 64
  - periodisch, 341, 370
  - Potenz $\sim$ , 31, 91, 128
  - Produkt von  $\sim$ en, 42
  - Quotient von  $\sim$ en, 42
  - stetig, 29, 64
    - fast überall, 72, 432
    - stückweise, 113
  - stückweise linear, 414
  - Träger $\sim$ , 14, 393, 397
  - tragend, 13, 393
  - transzendente, 5, 19
  - trigonometrische  $\sim$ , 10, 33, 471
  - Übersicht**  $\sim$ en, 30
  - Umkehr $\sim$ , 31, 38, 55
  - ungerade, 118
  - Verkettung von  $\sim$ en, 45
  - Wurzel $\sim$ , 31, 47
- Gammafunktion, 19, 462
- Gans, 417
- Gauß
- $\sim$ 'sche Glockenkurve, 402, 438
  - $\sim$ 'sche Quadraturformel, 444
  - $\sim$ 'sche Zahlenebene, *siehe* Zahlen
  - $\sim$ 'scher Integralsatz, 295
  - $\sim$ -Jordan-Verfahren für Inverse, 185
  - $\sim$ -Quadratur, 442
  - Eliminationsverfahren von  $\sim$ , 180
  - LGS-Verfahren von  $\sim$ -Jordan, 180
- GeoGebra, 41, 46, 50, 71, 101, 198, 236, 301, 344, 345, 399, 408, 411, 416, 435, **476**, *siehe auch* Werkzeuggebrauch
- Animation, 417
  - Dynamik, Spurmodus, Ortslinie, 477
  - Fenster und Apps, 477
- Geometrie, **469**
- darstellende, 473
- Geometrie vektoriell
- Schwerpunkt im Dreieck, 151–152
- geometrisch
- $\sim$ e Konstruktion: Länge, Winkel, 473
  - affine  $\sim$ e Abbildungen, 196
  - elementare  $\sim$ e Abbildungen, 194
- Geraden
- affine  $\sim$  im  $\mathbb{R}^m$ , 154, 156
- Gewichtung, 415
- Gibbs'sches Phänomen, 112, 122
- Giraffe, 427
- Gitter
- Bild und Urbild, 46
  - Verformung mit komplexen Funktionen, 46
- Verformung mit linearen Abbildungen, 205
- Gleichrichterkurve, 344
- Gleichung
- charakteristische  $\sim$  einer Rekursion, 15
  - der Quadriken, 221
  - Eliminierung Variabler aus  $\sim$ en, 478
  - erlaubte Umformungen von  $\sim$ en, 174
  - Hyperebenen $\sim$  mit Normalenvektor, 155
  - implizite, 317, 419, 423, 425
  - Parameterform der Ebenen $\sim$ , 159
  - Parameterform der Geraden $\sim$ , 159
  - transzendent, 28, 393
  - Umformungen von  $\sim$ en geometrisch, 174, 177
- Grad-Zeichen,  $^\circ$ , 7
- Gradient, 253, 258, 281
- Grenzwert, 4, 12, *siehe auch* Konvergenz
- Groß-O, 95
- Grundrechenarten, 3
- Gruppe, Halb $\sim$ , 132, 133, 169
- abelsche  $\sim$ , kommutative  $\sim$ , 133, 138
- Häufungswert, 12, 14
- Hammingabstand, 163
- Hauptachsentransformation, *siehe* Quadrik
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, 73
- Hauptträgheitsachse, 238
- Hauptwert, 9, 47, 50, 119
- Henn, H.-W., 66
- Heron von Alexandria, 396
- $\sim$ verfahren, 397
- Hesse'sche Matrix, *siehe* Matrix
- Hesse'sche Normal(en)form, **156**, 199
- Heunverfahren, 458, 464
- Höhenlinien, 249, 258, 280
- Höhensatz des Euklid, 472
- Hohenwarter, Markus, 476
- Hohlkegel, 293
- Holzweg, 82
- homogene vs. inhomogene DGL, 328
- homogenes vs. inhomogenes LGS, 180
- Homogenität, 145
- Homomorphismus, 196
- Horner, William George, 35
- $\sim$ -Schema, 35
- L'Hospital, Regel von de  $\sim$ , 44, 105
- Hutchinson-Operator, 17, 18
- Hyperbel, 13, 39, 49, 90, 92, 233, 320, *siehe auch* Quadrik
- Hyperboloid, 93, 242, *siehe auch* Quadrik
- ein- und zweischaliges  $\sim$ , 242
- Hyperebene, **154**, 250, 295
- anschmiegend, 250
  - LGS und  $\sim$ n, 157
- Hyperfläche, 248
- Hyperwürfel, 162–165

- identisch gleich,  $\equiv$ , 399
- identisch null, 99, 141, 151, 270, 334
- Imaginärteil, 6
- implizit
  - ~ kartesische Kurve, 58, 83
  - ~ kartesische Raumfläche, 478
  - ~e Ableitung, 58
  - ~e Darstellung, 27
- Inder, 2
- Integral, 22, 70
  - ~funktion, 22, 73
  - ~transformation, 123
  - bestimmtes, 75, 83
  - elliptisches  $\sim$ , 323
  - Gebiets $\sim$ , 284
  - Mehrfach $\sim$ , 285
  - unbestimmtes, 74
  - uneigentliches, 90, 127
  - von Lebesgue, 72
  - von Riemann, 72
  - Zerlegungsgesetz, 76
- Integrationsgebiet, 445
- Interpolation, 398, *siehe auch* Polynom,
  - Interpolations $\sim$ 
    - linear, 398
- Intervallschachtelung, 391
- Inversion, Kreisspiegelung, 9, 474
  - ~ in komplexen Zahlen, 475
- Isokline, 317, 448
  - Null $\sim$ , 318, 449
- Isomorphismus, 139, 196
- Iteration, 389
  - Fixpunkt, 391, 393
- Jacobi'sche Amplitudenfunktion, 323
- Jacobi-Matrix, *siehe* Matrix
- Kardioide, 26
- Kathetensatz des Euklid, 472
- Kegel, 244, *siehe auch* Quadrik
  - elliptischer  $\sim$ , 243, 244
  - hyper- und parabolischer  $\sim$ , 244
- Kegelschnitt, 92, 218, 219, *siehe auch* Quadrik
  - aus 5 Punkten, 219, 235
  - entarteter  $\sim$ , 220
  - Gleichungen konkret, 221, *siehe auch* Quadrik
- Kehrwertfunktion, 42, 90
- Kepler, 431
  - ~'sche Gesetze, 86
  - ~'sche Regel, 431, 459
- Kettenlinie, 37, 308, 319
- Kettenregel, 54, 56, 68, 83, 261, 453
- Klein-o, 95, 106, 276
- Knoten, *siehe auch* Träger
  - stabil/instabil, 361
- Koeffizientenvergleich, 334, 399
- Körper, 134, *siehe auch* algebraisch
  - vollständig, 4, 134
- Körper in der Algebra, *siehe* algebraisch
- Körper in der Geometrie, *siehe auch* Quadrik
  - axonometrische Darstellung von  $\sim$ n, 204
  - orientiertes Volumen, 187
  - platonische  $\sim$ , 162
  - Pyramide, Prisma, 162, 187
  - Quadriken, 221
  - Raumkörper, 161–165
  - Spat, Parallelepipet, 187
  - Würfel 3D und 4D, 162–165
- Kommutativgesetz, 132, 136, 169
- Konchoide, 61
- konjugiert-komplex, 7
- Konsistenzordnung, 452, 458, 460, 465
- Kontrollpunkte, **handles**, 410
- Konvergenz
  - ~geschwindigkeit, 395
  - ~ordnung, 394, 398
  - einer Folge, Grenzwert, 12
  - linear, 392
  - punktweise, 121
  - quadratisch, 394
  - einer Reihe, 16, 20
- Koordinaten
  - ~system, Rechtssystem, 188
  - im isometrischen Gitter, 205
  - kartesisch, 27, 205
- Koordinatentransformation, 290, 364
- Kostenfunktion, 401
- Kraftfeld, 272, 303
- Kreis, 423
  - ~winkelsätze, 470
- Kreisfrequenz, 123
- Kreisschar, 47
- Kreis Sektor, 85
- Kreisspiegelung, *siehe* Inversion
- Kreiszahl, 4
- Kreuzprodukt, 161, **187**, 190, 253, 270, 272, 299, 302
  - ~ für Richtungsvektoren, 190
- Krümmung, 66, 404, 410
  - ~skreis, 67, 69, 410
  - ~sradius, 67
  - kartesisch, 67
  - polar, 68
- Kugel, gespickte, 301
- Kurve
  - ~ im Raum, 261
  - algebraische  $\sim$ , 26, 419
  - charakteristische, 373, 374
  - oszillierende  $\sim$ , 30
  - parametrisierte, 319, *siehe auch* Parameterdarstellung
- l.a., *siehe* linear abhängig
- l.u., *siehe* linear unabhängig
- Lagrange, Joseph-L., 151, *siehe auch* Polynom
  - ~-Funktion, 282

- ~-Multiplikator, 282
- ~-Polynome, 399
- Verfahren von ~, 281
- Landau-Symbole, 95
- Laplace
  - ~scher Entwicklungssatz, 183
  - ~-Gleichung, 384
  - ~-Operator, 384
  - ~-Transformation, 127, 331
    - periodische Funktion, 341
- Leibniz
  - ~sche Reihe, 23
  - ~sche Sektorenformel, 85
- Lemniskate, 426
- Leonardo von Pisa, 15
- Lernbiografie, 1
- LGS, *siehe* lineares Gleichungssystem
- Lindemann, Ferdinand, 5
- linear
  - ~ unabhängig bzw. ~ abhängig, 149
    - ~ ~e Menge, 150
  - ~e Abbildung, 193, 194
    - Bildraum, 197, 227
    - Kern, **179**, 197, 204, 208
    - Matrix, **205**
  - ~e Hülle,  $\text{span}(\dots)$ , 149
  - ~e Regression, 214
  - ~es Gleichungssystem, LGS, 157, **178**
    - Deutung im  $\mathbb{R}^n$ , 174
    - erlaubte Umformungen, 174
    - explizit lösen, 185
    - homogenes vs. inhomogenes ~, 180
    - Lösung von Hand, 175
    - überbestimmt, 180
- Linearfaktor, *siehe* Polynom
- Linearität, 143, 144, 194
- Linearkombination, **149**, 150
- Lipschitz-Bedingung, 328
- Lösungsraum, 177, 179, 181
  - Dimension eines ~es, 179
- Logarithmentafel, 330
- Logarithmus, 15, 31, 50
  - Rechnen mit dem ~, 33
- Luftdruck, 110
  
- Mal-Programm, 413
- Mandelbrot, Benoît, 18
  - ~-Menge, 18
- Mantelfläche, 90, 91
- Massenpunkt, 236
- Materialbilanz, 269, 294
- Mathematik, Lösungsvielfalt, 22
- Matrix, **165**
  - adjungierte ~, 183
  - Defekt, 178
  - Determinante, 179
  - Diagonalisierung, 222
  - einer Drehung, 194, 206
  - Eigenvektor, 354, 358
  - Eigenwert, 354, 358
    - Eigenraum, Hauptraum, Vielfachheit, 357
  - einer linearen Abbildung, **205**
  - Elementweise rechnen, 166
  - erweiterte ~ eines LGS, 178
  - Hauptdiagonalgestalt, 228
  - Hesse'sche ~, 277, 283
  - inverse ~, 172
    - berechnen, Cramer'sche Regel, 185
    - Nutzen der ~ ~ für LGS, 172
  - Jacobi-~, 260, 292, 364
  - Kern, 179
  - Koeffizienten~, 178
  - einer linearen Abbildung, 193
  - obere Dreiecks~, 183
  - ~ eines Orthonormalsystems, 222
  - Produkt von ~en, 166
    - invertieren, 222
  - Projektions~, 164
  - Pseudoinverse, 229
  - Rang, 178
  - reguläre ~, 179
  - Ring der quadratischen ~en, 169
  - semidefinit, 277
  - singuläre ~, 208
  - Singulärwertzerlegung, 225
  - symmetrische ~, 224
  - Typ  $m \times n$ -~, 165
  - Umkehr~, *siehe* Matrix, inverse ~
  - Vektorraum von ~en gleichen Typs, 166
  - vier Unterräume zu einer ~, 197
  - Zeilenstufenform, 180
- Maximum, *siehe* Extremum
- Menge, 2
  - abzählbare, 6, 29
  - Subtraktion von ~n, 2
  - Vereinigung von ~n, 2
  - vom Maße null, 72
- Metamorphose, 417, 421
- Mikroskop, 308
- Minimum, *siehe* Extremum
- Mittel, diverse, 20
- Mittenregel, 432, 439, **441**, 459, 465
- Modulo-Rechnen, 154
- Moire, A. de, 15
- Monomorphismus, 196
- Morphismus, 196
- Musik, 110
  
- N, natürliche Zahlen, 2, 132, 134, 171
- Nabla, 258, 268
- Nebenklassen, 154
- Newton, Isaac, 151, *siehe auch* Polynom
  - ~-Cotes-Formel, 442
  - ~verfahren, 36, 392–396
- Norm, 114, 145
  - Positivität, Nicht-Degeneriertheit, 145
- normal, senkrecht, *siehe* Orthogonalität

- Normale, 69, 373  
    $\perp$  zur Tangente, 60  
 Normalenvektor, oft  $\vec{n}$ , **154**  
    $\sim$  in der Hesse'schen Normalform, 156, 159  
 Notenbogen, 410  
 $n$ -Tupel, 138  
 Nullfolge, 13, 15, 21, 23  
 Nullmatrix, 166  
 Nullstelle  
   Vielfachheit, 35, 57  
   Zeichenwechsel, 42  
 Nullteiler, 171  
 Nullvektor, 136  
 NURBS, 417–431  
   Gerüst, 418, 421  
   geschlossen, 429  
   Wanderschaft, 420  
  
 $O(h^n)$ , *siehe* Landau-Symbole  
 obere Schranke, 15  
 Oktonionen, 192  
 ONB, *siehe* Orthonormalbasis  
 Orientierung, 299  
 Orthogonalisierung  
   modifiziertes Verfahren, 216  
   Beispiel, 217  
   nach Gram-Schmidt, 217  
 Orthogonalität, 147, **209**  
 Orthogonalprojektion  
   auf einen Unterraum, 211  
   Beispiel, 213  
   auf orthogonale Basis, 210  
   Ebenen-Projektions-Irrtum, 211  
   Beispiel, 213  
   von  $\vec{p}$  auf  $\vec{v}$ , 147, 154  
   von  $\vec{p}$  auf  $U$ , 210, 213  
 Orthonormalbasis, ONB, 194, 216, 217  
   Matrix einer  $\sim$ , 222  
 Orthonormalsystem, 114  
 Ortsvektor, 153  
  
 $\Pi_n$ , *siehe* Polynomraum  
 Pantherkäfig, 79  
 Parabel, 42, 46, 68, 87, 89, 92, 220, 234, 315,  
   318, 326, 399, 433, *siehe auch*  
   Quadrik  
   Brennpunkt, 315  
 Paraboloid, 242, *siehe auch* Quadrik  
   elliptisches, hyperbolisches  $\sim$ , 242, 243  
   hyperbolisches  $\sim$ , HP-Fläche, 246  
 Parabolspiegel, 315  
 Parameterdarstellung, **408**  
   Ableitung in  $\sim$ , 59  
   einer Ebene, 159  
   einer Geraden, 158  
   einer Kurve, 27, 28, 46, 59, 68, 70, 245, 406,  
   408  
   erzeugen, 419  
   einer Raumfläche, 245, 411  
   rationale  $\sim$ , 419  
 Parametrisierung, *siehe auch*  
   Parameterdarstellung  
   Standard $\sim$ , 28, 425  
 Parseval, Satz von, 24  
 Partialbruchzerlegung, 334, 351  
 partielle Integration, 81  
 Pascal, Étienne  
    $\sim$ 'sche Schnecken, 26, 57  
 PDGL, *siehe* DGL, partielle  
 Pendel, 322  
   gekoppelte, 350, 354, 356  
 Pfeilklassse, 137, 153  
 Pferdefuß, 286  
 Phasenraum, 320  
    $\sim$ diagramm, 318–322, 358  
 Phasenverschiebung, 119  
 Phönix aus der Asche, 82, 344  
 Plattstelle, 103  
 Polardarstellung in  $\mathbb{C}$ , 7  
 Polargitter, 47  
 Polarkoordinaten, 27, 28, 57, 59, 254, 293  
 Polarkurve, 59  
   Bogenlänge, 88  
   Fläche, 85  
   Steigung einer  $\sim$ , 59  
 Polarradius, 28, 58  
 Polarwinkel, 28, 58  
 Polstelle, 28, **42**, 61, 327  
 Polygonzug, 398  
 Polynom, 34, 57  
    $\sim$ raum, 34, 398  
   Basis, 400, 401  
   Standardbasis, 149, 151, 399  
   VR der  $\sim$ e vom Grad  $\leq n$ ,  $\Pi_n$ , 141–142  
 Bernstein $\sim$ e, 151, 408, 412  
 charakteristisches  $\sim$ , 206, 223, 332, 334  
   komplexe Nullstellen, 335  
 Erkundung von  $\sim$ en, 78, 79  
 Grad, 34  
 Interpolations $\sim$ , 399–403, 434, 439, 464  
 Lagrange $\sim$ e, 151  
 Linearfaktor, 34, 44  
    $\sim$ zerlegung, 333  
   Newton $\sim$ e, 151, 401  
 Polynomquotient, 13, 44  
 Potenzreihenentwicklung, 382  
 Produktregel, 54, 57  
 Programmierung einer Funktion in GeoGebra,  
   51  
 Projektion, 164, 210, *siehe auch*  
   Orthogonalprojektion  
   Ebenen- $\sim$ s-Irrtum, 211  
 Punktraum, 153  
 Punktrechnungen, 8  
 Punktspiegelung, 370  
 punktsymmetrisch, 115  
 Pythagoras, Satzgruppe des  $\sim$ , 472

- $\mathbb{Q}$ , rationale Zahlen, 3, 133
- quadratische Form, 221, *siehe auch* Quadrik
- Quadratur, 431
- Quadraturformel, 439
  - offen/geschlossen, 439
- Quadrik, 218, 221, 277
  - $\sim$ gleichungen allgemein, 221
  - 2D-Quadriken, 219, *siehe auch* Kegelschnitt
  - 3D-Quadriken, 221
    - Bilder der  $\sim$ , 243
    - Gleichungen in Hauptlage, 242
  - entartete  $\sim$ n, 220
  - Harmonie der rotierten  $\sim$ en, 92, 242
    - Volumenbetrachtungen, 92
  - HAT, 219, **231**, 277
    - Ellipse als Blackbox-Erkundung, 235
    - Ellipse, Schritte von Hand, 231–233
    - Ellipsoid, Schritte von Hand, 239–242
    - Hyperbel, 233
    - interaktiv erkundend, 235
    - Parabel, 234
  - Hauptachsentransformation, *siehe* HAT
  - Paraboloid
    - elliptisches, hyperbolisches  $\sim$ , 243
  - quadratische Form, 221
- Quaternionen, 192
- Quellenbilanz, 294, 295, 302
- Quotientenregel, 54, 68
  
- $\mathbb{R}$ , reelle Zahlen, 4, 133, 134
  - vollständig, 4, 6
- Radioaktivität, 15
- Raumfläche, 248, 254, 411
  - parametrisierte  $\sim$ , 245
- Raumintegral, 445
- Realteil, 6
- Rechnungen von Hand, 175, 177, 185, **192**, 194, 206, 211, 213, 223, 232, 239
- Rechteckkurve, 342
- Rechteckschwingung, 340
- Rechtssystem, **188**, 300
- Regelfläche, **245**, 254
  - HP-Fläche, 245
  - Hyperboloid, einschaliges, 245
  - Konoid, 245
  - Leitkurven einer  $\sim$ , 245
  - Schiefer Kegel, 245
- Regelungstechnik, 340
- Regression, lineare, 214
- Regressionsgerade, 215
- Reihe
  - absolut konvergent, 24
  - alternierend, 23
  - berühmt, 23
  - geometrische  $\sim$ , 17, 19, 64
  - harmonische  $\sim$ , 21
- Rekursion, 414
- Relation, 55
- Restaurant, 1
  
- Restglied, 437
- Richtungsfeld, 312, 315, 448
- Riemann, Bernhard, 47
  - $\sim$ 'sche Fläche, 48
  - $\sim$ 'sche Summe, 16, **71**, 126, 432, 439
  - $\sim$ 'sche Zahlenkugel, 476
  - $\sim$ 'scher Umordnungssatz, 25
- Ring, Halb $\sim$ , 134
  - von Matrizen, 169
- $\mathbb{R}^m$ , Vektorraum, Punktraum, 137, 146, 153
- Rotationskörper, 91
- Rotationsvolumen, 88, 92
- Runge-Kutta-Verfahren, 318
  
- Sägezahnkurve, 343
- Sägezahnschwingung, 112, 121
- Saite, schwingende, 367
- Sarrus'sche Regel für  $3 \times 3$ -Det., 183, 190
- Sattelpunkt, 103, 105, 249, 277, **278**, 281
- Schattenwurf, 205
- Scherung, 80, **209**, *siehe auch* Abbildung
- Schiefkörper, 134, 179
- Schnitt, goldener, 15, 398
- Schnittkurve, 249, 251
- Schnittproblem
  - drei Ebenen, 174, 176
  - Hyperebenen, 157, 174
  - zwei Ebenen, 176
  - zwei Geraden im  $\mathbb{R}^2$ , 177
- Schraubenfläche, Wendelfläche, 48, 246
- Schrittweite, 450
- Schupp, Hans, 66
- Schwarz, Satz von  $\sim$ , 267
- Schwerpunktsatz, 151, 470
- Schwingung
  - $\sim$ sgleichung, 368, 383
  - aperiodischer Grenzfall, 322
  - gedämpfte, 321
  - Kriechfall, 322
  - mit Schwebung, 351
  - ungedämpfte, 322
- Sekans, 33
- Sekante, 53, 392
- Sekantensteigung, 16
- Sekantenverfahren, 398
- Signalverarbeitung, 112
- Simpson'sche Regel, 436–438
  - Fehlerordnung, 437
- Sinussatz, 471
- Skalar, 135
  - $\sim$ e Multiplikation, 135, 140
    - grafisch, 138
    - von Matrizen, 166
  - $\sim$ en-Körper, 135
  - $\sim$ es Produkt, 136, 138
- Skalarprodukt, 114, 143, 154, 190
  - von Funktionen, 148–149
  - Positivität, Nicht-Degeneriertheit, 144
  - Standard- $\sim$ , 144

- Winkel und Orthogonalität, 147
- Spatprodukt, 189, 299
- Spektrum, 110
  - diskret, 112
  - kontinuierlich, 111, 126
- Spiegel, 313
- Spiegelung, 41
- Spirale, 355
- Spiralpunkt, 361
- Spline
  - kubischer  $\sim$ , 404
  - natürlicher/eingespannter, 406
  - Nagel, 404
- Sprungstelle, 29, 121
- Stammfunktion, 74
- Stangenpendel, 350
- stationäre Stelle, 104, 280, 281
- Steinberg, Günter, 66
- Steuerpunkte, 410, *siehe auch* Bézier, Pierre Étienne
- Stokes, Integralsatz von  $\sim$ , 303, 304, 306
- Straklatte, 403
- Strichrechnung, 8
- Stromlinie, 268
- Stützpunkte, 399
  - vertices*, 410
- Stützstelle, 443
- Substitutionsregel, 82, 83, 290
- Sulbasutra, 396
- Surfer für algebraische Raumflächen, 478
- SVD, *siehe* Matrix, Singulärwertzerlegung
- Symmetrie, 144
  
- Tabellenkalkulation, 436
- Tangente, 52
- Tangentensteigung, 16, 52
- Tangentialebene, 250, 254, 258, 372, 373
- Tangentialvektor, 319
- Taschenrechner in GeoGebra, 477
  - CAS  $\sim$ , + diverse, 477, 478
  - grafikfähiger  $\sim$ , GTR, 477
  - mit Prüfungsmodus, 477
  - wissenschaftlicher  $\sim$ , WTR, 477
- Taylorpolynom, 16, 66, 95, 394, 453
  - mehrere Veränderliche, 275
- Taylorreihe, 19, 24, 99
- Teilfolge, 13
- Teilverhältnis-Aufgabe, 151
- Teleskopsumme, 24
- Teppichabrollen, 73
- Tesseract, 164
- Thales, Satz des  $\sim$ , 470
- Tiefpass, 340
- Torus, 431
- Träger,  $\sim$ intervall, 415
  - Knoten, 416, 417
  - doppelter, 429
  - Knotenliste, 427, 429
- Transformationsformel, 293
  
- Trapezformel, 433
- Trapezregel, 439, 459
- Trapezsumme, 432
- Trennung der Variablen, 370
- Treppendarstellung, 14
- Treppenkurve, 344
- Treueversprechen linearer Abbildungen, 196
- Trichter, 91
- trigonometrisch
  - $\sim$ e Beziehungen, 10, 471
  - $\sim$ e Funktion, *siehe* Funktion, trigonometrische
- Trisektrix, 423
- Trägerfunktion, 14, 393, 397
- Trägheitstensor, 236, 237
  
- Übergangsgraphen, Gozinto-Graphen, 167, 168
- Uhrzeigersinn, 303
- Umkehrfunktion, 22
- Umlaufsinn, positiv, 294
  
- Vektor, 135
  - $\sim$ pfel, 137, 139, 153
  - $\sim$ produkt, *siehe* Kreuzprodukt
  - Division von  $\sim$ en, 190
  - Einheits $\sim$ , 140
  - Komponenten eines  $\sim$ s, 166, 210
  - l.u. bzw. l.a.  $\sim$ en, 150
  - Norm und Länge des  $\sim$ s, 146
  - Normalen $\sim$ , **154**
  - orthogonale  $\sim$ en, 147
  - Orts $\sim$ , 153
  - Richtungs $\sim$ , 158, 159
  - Translations $\sim$ , 195
  - $\sim$  als  $n$ -Tupel, 138, 139
- Vektoranalysis, 294
- Vektorfeld, 267, 373
  - Divergenz, 268, 294
  - Rotation, 270
- Vektorraum, 8, 77, 135, 328, 355
  - $\sim$  und Punktraum  $\mathbb{R}^m$ , 153
  - Basis, 113
  - der  $m \times n$ -Matrizen, 166
  - direkte Summe, 198, 226
  - eingebettet, 196
  - euklidisch, 143
    - nützliche Begriffe, 146–148
  - von Funktionen, 141, 143
  - $n$ -dimensional, 140, 155
  - $\infty$ -dimensional, 150
  - normiert, Norm im  $\sim$ , 145
  - der  $n$ -Tupel, 138–140
  - von Polynomen,  $\Pi_n$ , 141–142
  - Unter $\sim$ , 181
    - $\sim$  aufspannen, 149
  - der Vektorpfeile, 137–138
- Verfahrensfunktion, 455
- Verschiebung, 41

- Verschwindungsgerade, 204  
 Versiera, 425  
 Vieleck, 5  
 Violine, 111  
 vollständige Induktion, 15  
 Volumen  
   ~ geometrischer Körper, 186, 189  
 Volumenbilanz, 285  
 Volumenelement, 88  
 Vorzeichenwechsel  $f'$ ,  $f''$ , 70, 101, 103, 105  
 VR, *siehe* Vektorraum
- Wachstum  
   begrenztes, 14  
   logistisches, 317  
 Wärmeleitungsgleichung, 385  
 Wald am See, 16  
 Wallis, Produkt von, 5  
 Wanderkarte, 249  
 Wendekasten, 81  
 Wendepunkt, 70, 102  
 Werkzeuggebrauch, Computer, 17, 108, 161,  
   170, 173, 180, 192, 476, *siehe auch*  
   GeoGebra  
   Prinzipien des Erkundens, 235  
 Wertebereich, 27  
 Whitebox-Blackbox, 235  
 Winkel  
   ~ im  $\mathbb{R}^m$ , 164  
   ~ konstruieren, 161, 164, 474  
   ~berechnung mit dem Skalarprodukt, 147  
   raumgeometrische ~, 161–165  
     messen mit Software, 161  
 Wirbel, 361  
 Wirtschaftsmathematik, 401  
 wohldefiniert, 150  
 Wolfram, Steven, 478
- $\mathbb{Z}$ , ganze Zahlen, 3, 133, 134  
 Zahlbereiche, Zahlaufbau, 134  
 Zahlen  
   algebraische ~, 4, 134  
   Gauß'sche ~ebene, 4, **6**, 17, 47, 475  
   komplexe ~, 6, 47  
   geometrische Aspekte, 474, 475  
   transzendente ~, 5  
 Zahlenstrahl, 3  
 Zahlenverhältnisse, 92, 122  
 Zeitdarstellung, 14  
 Zentralkraft, 273  
 Zerlegung der Eins, 412, 415  
 Zwischenfläche, 78  
 Zwischenwertsatz, 391  
 Zylinder, 93, 245  
   elliptischer ~, hyperbolischer ~, 243, 244  
   parabolischer ~, Parabelrinne, 243, 244