

# Sachverzeichnis

- Abbildung
  - affine geometrische  $\sim$ en, 189
  - bijektiv, 190, 267
  - Drehung, Spiegelung, 188
  - injektiv, 190, 196
  - involutorische  $\sim$ , 207
  - lineare  $\sim$ , *siehe* linear
    - Kern, **174**, 191, 195
  - Linearitätsbeweis, 187
  - Matrix einer linearen  $\sim$ , **192**
  - Scherung, 188, **196**, 384
  - surjektiv, 190, 196
  - Treueversprechen von  $\sim$ en, 189
- Abel, Niels Henrik, 129
- Abgeschlossenheit, 128, 132, 165
- Ableitung, 52
  - $\sim$ sregeln, 53
  - gemischt, 241
  - partiell, **228**, 230, 241
  - von Polarkoordinaten, 56
  - Richtungs $\sim$ , 232–234
  - totale  $\sim$ , 238, 404
  - $\sim$ en, **Übersicht**, 54
- Abnahme, exponentielle, 14
- Abszisse, 27
- achsensymmetrisch, 112
- Additionstheoreme, 9, 115, 188
- Adjunkte, *siehe* Matrix, adjungierte  $\sim$
- Ägypter, 4, 353
- Affenkasten, 35, 40
- affiner Unterraum , **149**
- Airy-Funktion, 413
- algebraisch
  - $\sim$ er Körper, 130, 168
  - $\sim$ e Raumflächen, 428
    - Software: Surfer, 428
  - $\sim$ e Struktur, 128, 131
  - $\sim$ e Zahlen, 130
- Algorithmus, 349
  - Kondition, 350, 361
  - Stabilität, 350, 352
- Amplitude, 115
  - $\sim$ ndichte,  $\sim$ nspektrum, 121
- Analysis
  - Flächenberechnung, 79, 80
  - Steigung und Ableitung, 58
- Anfangswertproblem, *siehe* DGL, AWP
- Anschauung, 10
- Anschauungsraum, 133
- Apfelmännchen, 17
- Approximation, 91, 226, 235, 268
  - Güte der  $\sim$ , 94
- Archimedes
  - Berechnung von  $\pi$ , 350
  - Parabelausschöpfung, 381
  - Spirale des  $\sim$ , 68, 83
- Arg, 7, 50
- Argument, 6, 50
- Arkustangens, 50
- Assoziativgesetz, 128, 132, 165, 166
- Asymptote, 13, 19, 38, **65**, 90, 104, 293, 399
- Attraktor, 17
- Aufpunkt, 152, 154, 156
- Ausdruck
  - unbestimmter, 102
  - Typ, 105
- Auslöschung und Genauigkeitsverlust, 352, 393, 408
- Automorphismus, 190
- Axiome,  $\sim$ nsystem, 127
  - $\sim$  Gruppe, 129, 132
  - $\sim$  Gruppe  $(V, +)$ , grafisch, 133
  - $\sim$  Körper, 130
  - $\sim$  Norm, 141
  - $\sim$  Skalarprodukt, 139, 140
  - $\sim$  Vektorraum, 132, 135
- $\mathbb{B}$ , Bruchzahlen, 3, 129, 130
- B-Spline, 375–377
  - gebrochen-rational, 379
  - nicht uniform, 378
  - uniform, 377
- Babylonier, 3, 4, 349
- Basis
  - $\sim$  und Dimension im VR, 146
  - $\sim$ funktionen
    - $\sim$  für B-Spline, 147
    - $\sim$  für kubischen Spline, 366
    - $\sim$  in Funktionenräumen, 146–147
    - kanonische  $\sim$ , Standard $\sim$ , 136, 138
- Bernoulli, Johann I., 102
- Bernstein, Leonid, 370, *siehe auch* Polynom
- Beschränktheit, 14, **17**, 63
- Besselfunktion, 19, 412
- Bézier, Pierre Étienne
  - $\sim$ fläche, 373, 374
  - $\sim$ kurve, 374
  - $\sim$ spline, 369, 373, 374, 379
    - Krümmung, 372
    - Steuerpunkt, 369
- Biegespannung, 365
- Bisektion, 353
- Blackbox-Whitebox, 214
- Bogenelement, 67, 82
- Bogenlänge, 37, 68, 83
- Brennpunkt, 45
- Bruchzahlen, 3
- $C^\infty$ , 95

- C, komplexe Zahlen, 4, 129, 130
- $C, C_I$ , stetige Funktionen, 76, 138, 144
- Cantor, Georg, 6
- Capella, 372
- CAS, 5, 7, 32, 34, 320
  - GeoGebra, 427
  - Mathematica, 428
  - Taschenrechner,  $\sim$ -Handheld, 428
- Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung, 141
- Chemie, 14
- chord.wav*, 107
- Computer-Algebra-System, *siehe* CAS
- Cosekans, 32
- Cosinussatz, 142, 423
- Cotangens, 32
- Cramer'sche Regel, 180
  
- Darstellende Geometrie, 423
- Darstellung
  - axonomisch und isometrisch, 191
  - explizit, 27
  - implizit, 27
  - kartesisch, 26, 45
    - parametrisch, *siehe* Parameter $\sim$
  - Kavalierverspektive, 190, 191
  - polar, 28, 46
- Definitionsbereich, 26, 39
- Descartes, René, 25
- Determinante, 168
  - Entwicklung der  $\sim$ , 178
  - l.u. und l.a. Entscheidung, 181
  - orientierte Fläche, Volumen, 181
  - Sarrus'sche Regel für  $\sim 3 \times 3$ , 179
- DGL, 36
  - Anfangswerte, 296, 308
  - autonom, 300, 330
  - AWP, 301
  - Basislösung, 337
  - Eulerverfahren, 401, 410, 416
    - modifiziertes  $\sim$ , 407
  - explizite, 288, 292
  - Grad, 288
  - Heunverfahren, 405, 414
  - implizite, 288
  - implizite Verfahren, 414, 415
  - Kepler-basiertes Verfahren, 410
  - leapfrog*-Verfahren, 415
  - lineare, 292, 304
    - homogen, 304, **309**, 330
    - inhomogen, 304, **315**, 338
    - mit konstanten Koeffizienten, 307
  - logistische, 292
  - Lösung, 287
    - allgemeine, 331
    - Bausteine, 314, 331
    - Eindeutigkeit, 303, 329
    - partielle, 338
    - singuläre, 324
    - spezielle, 292, 309
      - stabil/instabil, 292, 294, 399
- Lösungsraum, 304, 315
- Mehrschrittverfahren, 414
- partielle, 343
- Prädiktor-Korrektor, 414
- Randbedingung, 301, 345, 347
- Runge-Kutta-Verfahren, 410
- Schrittweitensteuerung, 417
- Stabilität, Steifheit, 416, 417
- Substitution, 290
- Systeme von  $\sim$ n, 300, 326, 416
  - nichtlineare, 339
  - Trennung der Variablen, 290
- Diagonalisierung, 209
- Dichtungsring, 89
- Differential, 283
  - totales  $\sim$ , 239
- Differentialgleichung, *siehe* DGL
- Differentialquotient, 52, 283
- Differenzenquotient, 52, 64
- Dimension, 146, 161, 174
  - $\sim$ sformel für lineare Abbildungen, 190, 196
  - affiner Unterräume, 149
  - Vektorraum, 146
  - von Hyperebenen, 151
- DIN-Norm, 2
- Distributivgesetz, 130, 132, 165, 166
  - $\sim$ e der Vektorpfeile, grafisch, 134
- Drei-Achtel-Regel, 392
- Drei-Tafel-Projektion, 196, 423
- Dreieck, besondere Punkte, 419
- Dreiecksungleichung, 141
  
- Ebene
  - affine  $\sim$  im  $\mathbb{R}^m$ , 150
  - Hyper $\sim$ , **151**, 153
- Eigenraum, 195, 196, 208
- Eigenvektoren von Matrizen, 193, 253
  - zur Diagonalisierung, 207
- Eigenwerte von Matrizen, 193, 254, 259
  - Polynom zur Bestimmung der  $\sim$ e, 207
- Einheitskreis, 10, 37, 38
- Einheitswurzeln, 9
- Einserstelle, 41
- Einsetz-Methode, 310
- Elektrotechnik, 7
- Element
  - $\sim$ e von Matrizen, 162
  - negatives  $\sim$ , inverses  $\sim$ , Kehrwert, 129, 168
  - neutrales  $\sim$ , Null $\sim$ , Eins $\sim$ , 129, 137, 162, 165
- Elimination, **28**
  - mit Mathematica, 428
- Ellipse, 80, **88**, 206, 210, 270, 332, 381, *siehe auch* Quadrik
- Ellipsoid, 88, 206, 218, 219, *siehe auch* Quadrik
- Endomorphismus, 190
- Energiepotential, 248, 249

- Epidemie, 339  
 Ersatzfunktion, 93, 353, 354  
 Euklid  
    $\sim$ -ischer Vektorraum, 139, *siehe auch*  
   Vektorraum  
   Höhen- und Kathetensatz, 422  
 Euler, Leonhard, 23  
    $\sim$ 'sche Formel, 7, 10, 46, 116, **321**  
    $\sim$ -sche Zahl  $e$ , 5  
 Evolute, 69  
 Excel, 351, 361  
   Unterlauf, 352  
 experimentieren, 220  
 Extremum, 60, 98  
   globales  $\sim$ , 61  
   lokales  $\sim$ , 61, 69, 253  
   mehrere Veränderliche, 250, 254  
   mit Nebenbedingung, 255, 259  
 Exzentrizität, numerische, 82
- Fahrstrahl, 81  
 Falk'sches Schema, 164  
 fast überall, 28  
 Fehler, 349  
   absoluter  $\sim$ , relativer  $\sim$ , 350  
   Verfahrens $\sim$ , Rundungs $\sim$ , Mess $\sim$ , 350  
 Fehlerabschätzung, 391  
 Fehlerfortpflanzung, 350  
 Fehlerordnung, **390**, 392, 393, 402, 404, 405  
 Fenster, gekoppelte, 14, 295, 297, 298, 355, **358**  
 Fibonaccifolge, 15  
 Fixgerade, 336  
    $\sim$  vs. Fixpunktgerade, 194  
 Fixpunkt, 14, 194, **333**, 338, 342  
   stabil/instabil, 335  
 Fläche von Vielecken, 181, 184  
 Flächenbilanz, 74  
 Flächenelement, 80, 81  
 Fluchtkreis, 17  
 Flussbilanz, 271, 278  
 Folge, 11  
    $\sim$  von Fibonacci, 15  
    $\sim$ npunkte, 11, 14  
   divergent, 11, 18  
   streng  $\sim$ , 11  
   geometrische  $\sim$ , 14, **19**  
   Häufungswert, 11  
   rekursiv, 13, 17  
   streng rekursiv, 13  
   Teilsommen $\sim$ , 23  
   tragende Funktion, 11  
 Formel  
   binomische  $\sim$ , 9, 53, 319, 327  
   Euler'sche  $\sim$ , 321, *siehe auch* Euler  
 Formparameter, 57  
 Fortsetzung, stetige, **42**, 52, 106  
 Fourier-Transformation, 120, 122  
   Umkehrformel, 123
- Fourierreihe, 24, 107, 109, 110, 348  
   Koeffizienten, 114  
   komplexe  $\sim$ , 116  
   Konvergenz, 117  
   Periode, 119  
 Fraktal, IFS- $\sim$ ,  $\sim$ er Regen, 16  
 Frequenz, 107  
   Grund $\sim$ , Oberton, 108  
   Oberton, 108  
 Fubini, Satz von, 263, 272  
 Fundamentalsatz der Algebra, **33**, 195, 310  
 Funktion  
    $\sim$ en addieren, strecken, verschieben, 39  
    $\sim$ en-Bauhof, 39  
    $\sim$ enraum, 110, 137, 139  
    $\sim$ sgraph, 224  
   analytisch, 15, 24, 95  
   Arcus $\sim$ , 37, 38  
   Area $\sim$ , 37  
   Differenz $\sim$ , 77  
   differenzierbar, 52, 226  
   stetig  $\sim$ , 64, 228  
   stückweise stetig  $\sim$ , 117  
   elementar, 39, 54  
   explizit, 27  
   Exponential $\sim$ , 31, 32, 94  
   gebrochen-rational, 43, 378  
   gerade, 114  
   hyperbolische  $\sim$ , 36, 290  
   identisch null, 137, 147, 310  
   oszillierend, 63  
   periodisch, 317, 346  
   Potenz $\sim$ , 30, 87, 125  
   Produkt von  $\sim$ en, 40  
   Quotient von  $\sim$ en, 40  
   stetig, 29, 63  
   fast überall, 71, 383  
   stückweise, 110  
   stückweise linear, 376  
   Träger $\sim$ , 355, 359  
   tragend, 12, 355  
   transzendente, 5, 19  
   trigonometrische  $\sim$ , 10, 32, 421  
    $\sim$ en **Übersicht**, 30  
   Umkehr $\sim$ , 31, 37, 53  
   ungerade, 114  
   Verkettung von  $\sim$ en, 44  
   Wurzel $\sim$ , 31, 46
- Gammafunktion, 19, 413  
 Gauß  
    $\sim$ 'sche Glockenkurve, 364, 389  
    $\sim$ 'sche Quadraturformel, 395  
    $\sim$ 'sche Zahlenebene, *siehe* Zahlen  
    $\sim$ 'scher Integralsatz, 271  
    $\sim$ -Jordan-Verfahren für Inverse, 181  
    $\sim$ -Quadratur, 393  
   Eliminationsverfahren von  $\sim$ , 175  
   LGS-Verfahren von  $\sim$ -Jordan, 175

- GeoGebra, 40, 45, 50, 70, 97, 214, 277, 320, 321, 361, 370, 373, 377, 386, **426**,  
*siehe auch* Werkzeuggebrauch  
 Dynamik, Spurmodus, Ortslinie, 427  
 Fenster und Apps, 427
- Geometrie, **419**  
 darstellende, 423
- Geometrie vektoriell  
 Schwerpunkt im Dreieck, 147–148
- geometrisch  
 ~e Konstruktion: Länge, Winkel, 423  
 affine ~e Abbildungen, 189  
 elementare ~e Abbildungen, 187
- Geraden  
 affine  $\sim$  im  $\mathbb{R}^m$ , 150, 153
- Gewichtung, 377, 380
- Gibbs'sches Phänomen, 108, 119
- Gitter  
 Bild und Urbild, 45  
 Verformung mit komplexen Funktionen, 45  
 Verformung mit linearen Abbildungen, 192
- Gleichrichtercurve, 320
- Gleichung  
 charakteristische  $\sim$  einer Rekursion, 15  
 der Quadriken, 205  
 Eliminierung Variabler aus  $\sim$ en, 428  
 erlaubte Umformungen von  $\sim$ en, 169  
 Hyperebenen $\sim$  mit Normalenvektor, 151  
 Parameterform der Ebenen $\sim$ , 156  
 Parameterform der Geraden $\sim$ , 155  
 transzendent, 28, 355  
 Umformungen von  $\sim$ en geometrisch, 170, 173
- Grad-Zeichen,  $^\circ$ , 7
- Gradient, 229, 234, 257
- Grenzwert, 4, 11, *siehe auch* Konvergenz
- Groß-O, 91
- Grundrechenarten, 3
- Gruppe, Halb $\sim$ , 128, 129, 165  
 abelsche  $\sim$ , kommutative  $\sim$ , 129, 134
- Häufungswert, 12, 13
- Hammingabstand, 159
- Hauptachsentransformation, *siehe* Quadrik
- Hauptsatz der Differential- und  
 Integralrechnung, 72
- Hauptwert, 9, 46, 49, 116
- Henn, H. -W., 65
- Heron von Alexandria, 358  
 ~verfahren, 359
- Hesse'sche Matrix, *siehe* Matrix
- Hesse'sche Normal(en)form, **152**
- Heunverfahren, 408, 414
- Höhenlinien, 225, 234, 256
- Höhensatz des Euklid, 422
- Hohenwarter, Markus, 426
- Hohlkegel, 269
- Holzweg, 78
- homogene vs. inhomogene DGL, 304
- homogenes vs. inhomogenes LGS, 176
- Homogenität, 141
- Homomorphismus, 189
- Horner, William George, 34  
 ~-Schema, 34
- L'Hospital, Regel von de  $\sim$ , 42, 102
- Hutchinson-Operator, 16, 17
- Hyperbel, 13, 37, 48, 86, 88, 212, 296, *siehe auch* Quadrik
- Hyperboloid, 89, 218, *siehe auch* Quadrik  
 ein- und zweischaliges  $\sim$ , 218
- Hyperebene, **151**, 226, 271  
 anschmiegend, 226  
 LGS und  $\sim$ n, 153
- Hyperfläche, 224
- Hyperwürfel, 158–161
- identisch gleich,  $\equiv$ , 361
- identisch null, 96, 137, 147, 246, 310
- Imaginärteil, 6
- implizit  
 $\sim$  kartesische Kurve, 56, 80  
 $\sim$  kartesische Raumfläche, 428  
 ~e Ableitung, 56  
 ~e Darstellung, 27
- Inder, 2
- Integral, 21, 69  
 ~funktion, 21, 72  
 ~transformation, 120  
 bestimmtes, 74, 79  
 elliptisches  $\sim$ , 299  
 Gebiets $\sim$ , 260  
 Mehrfach $\sim$ , 261  
 unbestimmtes, 73  
 uneigentliches, 86, 124  
 von Lebesgue, 71  
 von Riemann, 71  
 Zerlegungsgesetz, 75
- Integrationsgebiet, 395
- Interpolation, 360, *siehe auch* Polynom,  
 Interpolations $\sim$   
 linear, 360
- Intervallschachtelung, 353
- Inversion, Kreisspiegelung, 9, 424  
 $\sim$  in komplexen Zahlen, 425
- Isokline, 293, 399  
 Null $\sim$ , 294, 399
- Isomorphismus, 135, 190
- Iteration, 351  
 Fixpunkt, 353, 355
- Jacobi'sche Amplitudenfunktion, 299
- Jacobi-Matrix, *siehe* Matrix
- Kardioide, 26
- Kathetensatz des Euklid, 422
- Kegel, 219, *siehe auch* Quadrik  
 elliptischer  $\sim$ , 218, 219

- hyper- und parabolischer  $\sim$ , 219
- Kegelschnitt, 88, 203, 204, 379, *siehe auch*
  - Quadrik
  - aus 5 Punkten, 204, 214
  - entarteter  $\sim$ , 204
  - Gleichungen konkret, 205, *siehe auch*
    - Quadrik
- Kehrwertfunktion, 41, 86
- Kepler, 381
  - $\sim$ 'sche Gesetze, 82
  - $\sim$ 'sche Regel, 381, 410
- Kettenlinie, 36, 284, 295
- Kettenregel, 53, 55, 67, 79, 237, 404
- Klein-o, 91, 102, 252
- Knoten
  - stabil/instabil, 335
- Koeffizientenvergleich, 310, 361
- Körper, 130, *siehe auch* algebraisch
  - vollständig, 4, 130
- Körper in der Algebra, *siehe* algebraisch
- Körper in der Geometrie, *siehe auch* Quadrik
  - axonometrische Darstellung von  $\sim$ n, 190
  - orientiertes Volumen, 182
  - platonische  $\sim$ , 158
  - Pyramide, Prisma, 158, 182
  - Quadriken, 206
  - Raumkörper, 157–161
  - Spat, Parallelepipid, 182
  - Würfel 3D und 4D, 158–161
- Kommutativgesetz, 129, 132, 165
- Konchoide, 60
- konjugiert-komplex, 7
- Konsistenzordnung, **403**, 408, 410, 415
- Kontrollpunkte, **handles**, 372
- Konvergenz
  - $\sim$ geschwindigkeit, 357
  - $\sim$ ordnung, 356, 360
  - einer Folge, Grenzwert, 11
  - linear, 354
  - punktweise, 117
  - quadratisch, 356
  - einer Reihe, 15, 20
- Koordinaten
  - $\sim$ system, Rechtssystem, 183
  - im isometrischen Gitter, 191
  - kartesisch, 27, 191
- Koordinatentransformation, 266, 340
- Kostenfunktion, 363
- Kraftfeld, 248, 279
- Kreis, 380
  - $\sim$ winkelsätze, 420
- Kreisfrequenz, 119
- Kreisschar, 45
- Kreissektor, 81
- Kreis Spiegelung, *siehe* Inversion
- Kreiszahl, 4
- Kreuzprodukt, 157, **183**, 229, 246, 248, 274, 278
  - $\sim$  für Richtungsvektoren, 185
- Krümmung, 65, 366, 372
  - $\sim$ skreis, 66, 68, 372
  - $\sim$ sradius, 66
  - kartesisch, 66
  - polar, 67
- Kugel, gespickte, 277
- Kurve
  - $\sim$  im Raum, 237
  - algebraische  $\sim$ , 26
  - oszillierende  $\sim$ , 30
  - parametrisierte, 294, *siehe auch*
    - Parameterdarstellung
- l.a., *siehe* linear abhängig
- l.u., *siehe* linear unabhängig
- Lagrange, Joseph-L., 147, *siehe auch* Polynom
  - $\sim$ -Funktion, 258
  - $\sim$ -Multiplikator, 258
  - $\sim$ -Polynome, 361
  - Verfahren von  $\sim$ , 257
- Landau-Symbole, 91
- Laplace
  - $\sim$ 'scher Entwicklungssatz, 178
  - $\sim$ -Transformation, 123, 307
    - periodische Funktion, 317
- Leibniz
  - $\sim$ 'sche Reihe, 23
  - $\sim$ 'sche Sektorenformel, 81
- Leonardo von Pisa, 15
- Lernbiografie, 1
- LGS, *siehe* lineares Gleichungssystem
- Lindemann, Ferdinand, 5
- linear
  - $\sim$  unabhängig bzw.  $\sim$  abhängig, 145
  - $\sim$   $\sim$ e Menge, 146
  - $\sim$ e Abbildung, 187
    - Kern, **174**, 191, 195
    - Matrix, **192**
  - $\sim$ e Hülle,  $\text{span}(\dots)$ , 145
  - $\sim$ es Gleichungssystem, LGS, 153, **173**
    - Deutung im  $\mathbb{R}^n$ , 169
    - erlaubte Umformungen, 169
    - explizit lösen, 180
    - homogenes vs. inhomogenes  $\sim$ , 176
    - Lösung von Hand, 171
    - überbestimmt, 175
- Linearfaktor, *siehe* Polynom
- Linearität, 139, 140, 187
- Linearkombination, **145**, 146
- Lipschitz-Bedingung, 304
- Lösungsraum, 172, 174, 176
  - Dimension eines  $\sim$ es, 174
- Logarithmentafel, 306
- Logarithmus, 14, 48
- Luftdruck, 107
- Lösungsraum
- Mal-Programm, 375

- Mandelbrot, Benoît, 18  
 ~-Menge, 18
- Mantelfläche, 86, 87
- Materialbilanz, 245, 270
- Mathematik, Lösungsvielfalt, 22
- Matrix, **161**  
 adjungierte  $\sim$ , 178  
 Defekt, 174  
 Determinante, 174  
 Diagonalisierung, 206  
 einer Drehung, 188, 192  
 Eigenvektor, 330, 333  
 Eigenwert, 330, 333  
   Eigenraum, Hauptraum, Vielfachheit, 336  
 einer linearen Abbildung, **192**  
 Elementweise rechnen, 162  
 erweiterte  $\sim$  eines LGS, 174  
 Hesse'sche  $\sim$ , 253, 259  
 inverse  $\sim$ , 168  
   berechnen, Cramer'sche Regel, 180  
   Nutzen der  $\sim$  für LGS, 169  
 Jacobi- $\sim$ , 236, 268, 340  
 Kern, 174  
 Koeffizienten $\sim$ , 174  
 einer linearen Abbildung, 187  
 obere Dreiecks $\sim$ , 179  
 $\sim$  eines Orthonormalsystems, 207  
 Produkt von  $\sim$ en, 163  
   invertieren, 207  
 Projektions $\sim$ , 160  
 Rang, 174  
 reguläre  $\sim$ , 174  
 Ring der quadratischen  $\sim$ en, 165  
 semidefinit, 253  
 singuläre  $\sim$ , 195  
 symmetrische  $\sim$ , 208  
 Typ  $m \times n$ - $\sim$ , 161  
 Umkehr $\sim$ , *siehe* Matrix, inverse  $\sim$   
 Vektorraum von  $\sim$ en gleichen Typs, 162  
 Zeilenstufenform, 175
- Maximum, *siehe* Extremum
- Menge, 2  
 abzählbare, 6, 28  
 Subtraktion von  $\sim$ n, 2  
 Vereinigung von  $\sim$ n, 2  
 vom Maße null, 71
- Mikroskop, 284
- Minimum, *siehe* Extremum
- Mittel, diverse, 20
- Mittenregel, 382, 389, **391**, 410, 415
- Modulo-Rechnen, 150
- Moivre, A. de, 15
- Monomorphismus, 190
- Morphismus, 190
- Musik, 107
- $\mathbb{N}$ , natürliche Zahlen, 2, 128, 130, 167
- Nabla, 234, 244
- Nebenklassen, 150
- Newton, Isaac, 147, *siehe auch* Polynom  
 ~-Cotes-Formel, 392  
 ~verfahren, 35, 354–358
- Norm, 111, 141  
 Positivität, Nicht-Degeneriertheit, 141
- normal, senkrecht, *siehe* Orthogonalität
- Normale, 68  
 $\perp$  zur Tangente, 59
- Normalenvektor, oft  $\vec{n}$ , **150**  
 $\sim$  in der Hesse'schen Normalform, 152, 155
- Notenbogen, 372
- $n$ -Tupel, 134
- Nullfolge, 12–14, 21, 23
- Nullstelle  
 Vielfachheit, 33, 56  
 Zeichenwechsel, 41
- Nullteiler, 167
- Nullvektor, 132
- NURBS, 378–381
- $O(h^n)$ , *siehe* Landau-Symbole
- obere Schranke, 14
- Orientierung, 275
- Orthogonalisierung  
 modifiziertes Verfahren, 200  
   Beispiel, 201–202  
 nach Gram-Schmidt, 202
- Orthogonalität, 143, **196**
- Orthogonalprojektion  
 auf einen Unterraum, 198  
   Beispiel, 199–200  
 auf orthogonale Basis, 197  
 Ebenen-Projektions-Irrtum, 198  
   Beispiel, 200  
 von  $\vec{p}$  auf  $\vec{v}$ , 143, 150  
 von  $\vec{p}$  auf  $U$ , 197, 199
- Orthonormalbasis, ONB, 187, 200, 202  
 Matrix einer  $\sim$ , 207
- Orthonormalsystem, 110
- Ortsvektor, 149
- $\Pi_n$ , *siehe* Polynomraum
- Parabel, 40, 45, 67, 83, 85, 88, 205, 213, 291, 294, 302, 361, 383, *siehe auch*  
 Quadrik  
 Brennpunkt, 291
- Paraboloid, 218, *siehe auch* Quadrik  
 elliptisches, hyperbolisches  $\sim$ , 218, 219  
 hyperbolisches  $\sim$ , HP-Fläche, 222
- Parabolspiegel, 291
- Parameterdarstellung, **370**  
 Ableitung in  $\sim$ , 58  
 einer Ebene, 156  
 einer Geraden, 154  
 einer Kurve, 27, 45, 58, 67, 69, 221, 368, **370**  
 einer Raumfläche, 221, 373

- Parseval, Satz von, 24  
 Partialbruchzerlegung, 310, 327  
 partielle Integration, 77  
 Pascal, Étienne  
   ~'sche Schnecken, 26, 56  
 PDGL, *siehe* DGL, partielle  
 Pendel, 298  
   gekoppelte, 326, 330, 332  
 Pfeilklassen, 133, 149  
 Pferdefuß, 262  
 Phasenraum, 296  
   ~diagramm, 294–298, 333  
 Phasenverschiebung, 115  
 Phönix aus der Asche, 78, 320  
 Plattstelle, 100  
 Polardarstellung in  $\mathbb{C}$ , 7  
 Polargitter, 45  
 Polarkoordinaten, 27, 28, 56, 58, 230, 269  
 Polarkurve, 58  
   Bogenlänge, 83  
   Fläche, 81  
   Steigung einer ~, 58  
 Polarradius, 27, 57  
 Polarwinkel, 27, 57  
 Polstelle, 28, **41**, 60, 303  
 Polygonzug, 360  
 Polynom, 32, 56  
   ~raum, 33, 360  
     Basis, 362, 363  
     Standardbasis, 145, 147, 361  
     VR der ~e vom Grad  $\leq n$ ,  $\Pi_n$ , 137–138  
   Bernstein~e, 147, 370, 374, 379  
   charakteristisches ~, 193, 207, 308, 310  
     komplexe Nullstellen, 311  
   Grad, 33  
   Interpolations~, 361–365, 385, 389, 415  
   Lagrange~e, 147  
   Linearfaktor, 33, 43  
     ~zerlegung, 309  
   Newton~e, 147, 363  
 Polynomquotient, 13, 43  
 Produktregel, 53, 56  
 Programmierung einer Funktion in GeoGebra, 50  
 Projektion, 160, 196, *siehe auch*  
   Orthogonalprojektion  
   Ebenen~s-Irrtum, 198  
 Punktraum, 149  
 Punktrechnungen, 8  
 Punktspiegelung, 346  
 punktsymmetrisch, 112  
 Pythagoras, Satzgruppe des ~, 422
- $\mathbb{Q}$ , rationale Zahlen, 3, 129  
 quadratische Form, 206, *siehe auch* Quadrik  
 Quadratur, 382  
 Quadraturformel, 389  
   offen/geschlossen, 390  
 Quadrik, 203, 206, 253  
   ~gleichungen allgemein, 205  
   2D-Quadriken, 204, *siehe auch* Kegelschnitt  
   3D-Quadriken, 206  
     Bilder der ~, 219  
     Gleichungen in Hauptlage, 218  
   entartete ~n, 204  
   Harmonie der rotierten ~en, 88, 218  
     Volumenbetrachtungen, 88  
 HAT, 204, **209**, 253  
   Ellipse als Blackbox-Erkundung, 214  
   Ellipse, Schritte von Hand, 210–212  
   Ellipsoid, Schritte von Hand, 215–217  
   Hyperbel, 212  
   interaktiv erkundend, 213  
   Parabel, 213  
   Hauptachsentransformation, *siehe* HAT  
 Paraboloid  
   elliptisches, hyperbolisches ~, 219  
   quadratische Form, 206  
 Quellenbilanz, 270, 271, 278  
 Quotientenregel, 53, 67
- $\mathbb{R}$ , reelle Zahlen, 4, 129, 130  
   vollständig, 4, 6  
 Radioaktivität, 14  
 Raumfläche, 224, 230, 373  
   parametrisierte ~, 221  
 Raumintegral, 395  
 Realteil, 6  
 Rechnungen von Hand, 171, 172, 181, **186**,  
   188, 192, 197, 199, 207, 210, 215  
 Rechteckkurve, 318  
 Rechteckschwingung, 316  
 Rechtssystem, **183**, 276  
 Regelfläche, **220**, 230  
   HP-Fläche, 221  
   Hyperboloid, einschaliges, 221  
   Konoid, 221  
   Leitkurven einer ~, 221  
   Schiefer Kegel, 221  
 Regelungstechnik, 316  
 Reihe  
   absolut konvergent, 24  
   alternierend, 23  
   berühmt, 22  
   geometrische ~, 17, 19, 63  
   harmonische ~, 20  
 Rekursion, 376  
 Relation, 54  
 Restaurant, 1  
 Restglied, 387  
 Richtungsfeld, 288, 291, 399  
 Riemann, Bernhard, 46  
   ~'sche Fläche, 46  
   ~'sche Summe, 15, **70**, 122, 382, 389  
   ~'sche Zahlenkugel, 426  
   ~'scher Umordnungssatz, 24  
 Ring, Halb~, 130  
   von Matrizen, 165

- $\mathbb{R}^m$ , Vektorraum, Punktraum, 133, 142, 149
- Rotationskörper, 87
- Rotationsvolumen, 84, 88
- Runge-Kutta-Verfahren, 294
  
- Sägezahnkurve, 319
- Sägezahnschwingung, 108, 118
- Saite, schwingende, 343
- Sarrus'sche Regel für  $3 \times 3$ -Det., 179, 185
- Sattelpunkt, 99, 101, 225, 253, **254**, 257
- Schattenwurf, 191
- Schiefkörper, 130, 175
- Schnitt, goldener, 15, 360
- Schnittkurve, 225, 227
- Schnittproblem
  - drei Ebenen, 170, 171
  - Hyperebenen, 153, 169
  - zwei Ebenen, 171
  - zwei Geraden im  $\mathbb{R}^2$ , 173
- Schraubenfläche, Wendelfläche, 47, 222
- Schrittweite, 400
- Schupp, Hans, 65
- Schwarz, Satz von  $\sim$ , 243
- Schwerpunktsatz, 147, 420
- Schwingung
  - aperiodischer Grenzfall, 298
  - gedämpfte, 297
  - Kriechfall, 298
  - mit Schwebung, 327
  - ungedämpfte, 298
- Sekans, 32
- Sekante, 51, 354
- Sekantensteigung, 15
- Sekantenverfahren, 360
- Signalverarbeitung, 109
- Simpson'sche Regel, 386–389
  - Fehlerordnung, 387
- Sinussatz, 421
- Skalar, 131
  - $\sim$ e Multiplikation, 131, 136
    - grafisch, 134
    - von Matrizen, 162
  - $\sim$ en-Körper, 131
  - $\sim$ es Produkt, 132, 134
- Skalarprodukt, 110, 139, 150
  - von Funktionen, 144–145
  - Positivität, Nicht-Degeneriertheit, 140
  - Standard- $\sim$ , 140
  - Winkel und Orthogonalität, 143
- Spatprodukt, 185, 275
- Spektrum, 107
  - diskret, 108
  - kontinuierlich, 107, 122
- Spiegel, 289
- Spiegelung, 40
- Spirale, 331
- Spiralpunkt, 336
- Spline
  - kubischer  $\sim$ , 366
  - natürlicher/eingespannter, 368
  - Nagel, 366
  - Sprungstelle, 29, 117
  - Stammfunktion, 73
  - Stangenpendel, 326
  - stationäre Stelle, 100, 256, 257
  - Steinberg, Günter, 65
  - Stokes, Integralsatz von  $\sim$ , 278, 280, 282
  - Straklatte, 365
  - Strichrechnung, 8
  - Stromlinie, 244
  - Stützpunkte, 361
    - vertices*, 372
  - Stützstelle, 393
  - Substitutionsregel, 79, 266
  - Sulbasutra, 358
  - Surfer für algebraische Raumflächen, 428
  - Symmetrie, 140
  
  - Tabellenkalkulation, 386
  - Tangente, 51
  - Tangentensteigung, 15, 51
  - Tangentialebene, 227, 231, 234
  - Tangentialvektor, 294
  - Taschenrechner in GeoGebra, 427
    - CAS  $\sim$ , + diverse, 427, 428
    - grafikfähiger  $\sim$ , GTR, 427
    - mit Prüfungsmodus, 427
    - wissenschaftlicher  $\sim$ , WTR, 427
  - Taylorpolynom, 15, 65, 91, 356, 403
    - mehrere Veränderliche, 251
  - Taylorreihe, 19, 24, 95
  - Teilfolge, 12
  - Teilverhältnis-Aufgabe, 147
  - Teleskopsumme, 23
  - Teppichabrollen, 72
  - Tesseract, 160
  - Thales, Satz des  $\sim$ , 420
  - Tiefpass, 316
  - Torus, 381
  - Transformationsformel, 269
  - Trapezformel, 384
  - Trapezregel, 390, 410
  - Trapezsumme, 382
  - Trennung der Variablen, 347
  - Treppendarstellung, 14
  - Treppenkurve, 320
  - Treueversprechen linearer Abbildungen, 189
  - Trichter, 87
  - trigonometrisch
    - $\sim$ e Beziehungen, 10, 421
    - $\sim$ e Funktion, *siehe* Funktion,
      - trigonometrische
  - Träger,  $\sim$ intervall, 377
    - Knoten, 377, 378
    - Knotenliste, 378, 380
  - Trägerfunktion, 13, 355, 359



- Übergangsgraphen, Gozinto-Graphen, 163, 165  
 Uhrzeigersinn, 279  
 Umkehrfunktion, 21  
 Umlaufsinn, positiv, 270
- Vektor**, 132  
   ~pfeil, 133, 135, 149  
   ~produkt, *siehe* Kreuzprodukt  
   Einheits~, 136  
   Komponenten eines ~s, 162, 197  
   l.u. bzw. l.a. ~en, 146  
   Norm und Länge des ~s, 142  
   Normalen~, **150**  
   orthogonale ~en, 143  
   Orts~, 149  
   Richtungs~, 154, 156  
   Translations~, 189  
   ~ als  $n$ -Tupel, 134, 135
- Vektoranalysis**, 270  
**Vektorfeld**, 244  
   Divergenz, 244, 270  
   Rotation, 246
- Vektorraum**, 8, 76, 131, 304, 331  
   ~ und Punktraum  $\mathbb{R}^m$ , 149  
   Basis, 110  
   der  $m \times n$ -Matrizen, 162  
   eingebettet, 190  
   euklidisch, 139  
     nützliche Begriffe, 142–144  
   von Funktionen, 137, 139  
    $n$ -dimensional, 136, 151  
    $\infty$ -dimensional, 146  
   normiert, Norm im ~, 141  
   der  $n$ -Tupel, 134–136  
   von Polynomen,  $\Pi_n$ , 137–138  
   Unter~, 176  
     ~ aufspannen, 145  
   der Vektorpfeile, 133–134
- Verfahrensfunktion**, 406  
**Verschiebung**, 40  
**Verschwindungsgerade**, 191  
**Vieleck**, 5  
**Violine**, 108  
**vollständige Induktion**, 14  
**Volumen**  
   ~ geometrischer Körper, 181, 184  
**Volumenbilanz**, 261
- Volumenelement**, 84  
**Vorzeichenwechsel**  $f'$ ,  $f''$ , 69, 97, 99, 101  
**VR**, *siehe* Vektorraum
- Wachstum**  
   begrenztes, 14  
   logistisches, 293
- Wald am See**, 16  
**Wallis**, Produkt von, 5  
**Wanderkarte**, 225  
**Wendepunkt**, 69, 99  
**Werkzeuggebrauch**, Computer, 17, 105, 158, 167, 169, 175, 186, 426, *siehe auch* GeoGebra  
   Prinzipien des Erkundens, 213  
**Wertebereich**, 26  
**Whitebox-Blackbox**, 213  
**Winkel**  
   ~ im  $\mathbb{R}^m$ , 160  
   ~ konstruieren, 157, 161, 424  
   ~berechnung mit dem Skalarprodukt, 143  
   raumgeometrische ~, 157–161  
     messen mit Software, 158
- Wirbel**, 336  
**Wirtschaftsmathematik**, 363  
**wohldefiniert**, 146  
**Wolfram**, Steven, 428
- $\mathbb{Z}$** , ganze Zahlen, 3, 129, 130  
**Zahlbereiche**, Zahlaufbau, 130  
**Zahlen**  
   algebraische ~, 4, 130  
   Gauß'sche ~ebene, 4, **6**, 17, 46, 425  
   komplexe ~, 6, 46  
   geometrische Aspekte, 424, 425  
   transzendente ~, 5
- Zahlenstrahl**, 3  
**Zahlenverhältnisse**, 88, 118  
**Zeitdarstellung**, 14  
**Zentralkraft**, 249  
**Zerlegung der Eins**, 375, 377  
**Zwischenfläche**, 77  
**Zwischenwertsatz**, 353  
**Zylinder**, 89, 220  
   elliptischer ~, hyperbolischer ~, 218, 220  
   parabolischer ~, Parabelrinne, 218, 220